VYSOKÁ ŠKOLA BÁŇSKÁ – TECHNICKÁ UNIVERZITA

Ekonomická fakulta

KATEDRA MATEMATICKÝCH METOD V EKONOMICE

Ekonomická analýza modelu IS-LM se speciálními funkcemi

An Economic Analysis of the IS-LM Model Based on Special Functions

Student: **Mgr. Barbora Kaličinská**

Vedoucí diplomové práce: **doc. Ing. Martin Macháček, Ph.D.**

Ostrava 2010

Prohlášení:

Místopřísežně prohlašuji, že diplomovou práci na téma „Ekonomická analýza modelu IS-LM se speciálními funkcemi" jsem vypracovala samostatně jen s použitím literatury, podkladových materiálů a informací od konzultantů. Použité materiály uvádím v přiloženém seznamu literatury.

V Ostravě dne 30. dubna 2010.

Podpis:

Anotace:

Cílem této diplomové práce je ekonomicky analyzovat model IS-LM se speciálními funkcemi definovaný v diplomové práci B. Kaličinské: Analýza modelu IS-LM, MU SLU, 2009.

Celá práce se skládá ze čtyř stěžejních částí. První část obsahuje shrnutí výsledků literatury Kaličinská (2009), tzn. vymezení speciálních funkcí modelu IS-LM, statického a dynamického modelu, včetně několika tvrzení o parametrech modelu a o stabilitě modelu. Druhá část se zabývá ekonomickou interpretací modelu IS-LM se speciálními funkcemi. Jedná se o interpretaci speciálních funkcí, statického a dynamického modelu, včetně interpretace rovnovážných, nerovnovážných bodů a typů singulárních bodů vyskytujících se v tomto modelu. Třetí část obsahuje alternativní přístupy k modelování celkové rovnováhy. Kapitola uvádí role modelu IS-LM, alternativních přístupy k ekonomickým veličinám a jejich dopad na model a rovněž možnost, jak modelovat makroekonomickou rovnováhu bez modelu IS-LM. Čtvrtá část je zaměřena na empirickou prokazatelnost, nebo neprokazatelnost, modelu IS-LM se speciálními funkcemi. Je zde zamyšlení nad empirickým prokazováním modelů celkové rovnováhy, stručný výčet stávajících empiricky prokázaných relevantních závislostí a vlastní ekonometrický regresní model.

Annotation:

This diploma paper aims at economic analysis of the IS-LM model based on special functions defined in the resource B. Kaličinská: Analysis of Model IS-LM (diploma paper, 2009).

The whole thesis consists of 4 fundamental parts. The first part includes the summary of results from the resource Kaličinská (2009), namely the determination of special functions of IS-LM model, the determination of the static and dynamic model, including several theorems about parameters of this model and about dynamic stability of this model. The second part contains some economic interpretation of IS-LM model based on special functions. There are interpretations of special functions, of the static and dynamic model, including interpretations of equilibrium points, non-equilibrium points and of singular points of this model. The third part includes some alternative approaches to modeling of an aggregate equilibrium. There are determination of four roles of the IS-LM model, some alternative approaches to the economic quantities and some approach to modeling macroeconomic equilibrium without IS-LM model. The fourth part is aimed at empiric provableness of IS-LM model based on special functions. There is a part about empiric provableness in general, a short list of empiric evidence of this problem and a part about my own econometric regression model of this IS-LM model.

Poděkovaní:

Chtěla bych poděkovat vedoucímu diplomové práce *doc. Ing. Martinu Macháčkovi, Ph.D.* za podnětné konzultování problematiky modelu IS-LM, resp. problematiky modelování celkové makroekonomické rovnováhy, dále za ochotu vždy poradit a vést mé odborné bádání správným směrem.

Obsah

1 Úvod

1.1 Zaměření práce

Název mé diplomové práce zní „Ekonomická analýza modelu IS-LM se speciálními funkcemi“.

Zaměření diplomové práce jsem si zvolila na základě mé předchozí odborné práce na Matematickém ústavu Slezské univerzity v Opavě, viz Kaličinská (2009). V této práci jsem se zabývala obecným nelineárním makroekonomickým modelem IS-LM. Výsledkem uvedené práce, a zároveň východiskem pro tuto diplomovou práci, je zavedení modelu IS-LM se speciálně zvolenými funkcemi a následné vyřešení a popsání dynamické stability tohoto modelu. Uvedená odborná práce je převážně matematického charakteru.

V této diplomové práci je model IS-LM se speciálními funkcemi rozšiřován a ekonomicky interpretován. Jedná se převážně o ekonomický pohled na danou problematiku. Následně jsou zde uvedeny alternativní přístupy k modelování celkové rovnováhy, zejména k ekonomickým veličinám modelu IS-LM, možné dopady na model a rovněž možné modelování celkové rovnováhy bez modelu IS-LM. V závěru diplomové práce se zabývám empirickou prokazatelností či neprokazatelností modelu IS-LM se speciálními funkcemi.

Tato práce by měla přinést nový, převážně ekonomický pohled na již existující model IS-LM se speciálními funkcemi definovaný v literatuře Kaličinská (2009). Popsání a pochopení alternativních přístupů a empirické prokazatelnosti by mělo podpořit význam tohoto modelu.

1.2 Cíl práce

Cílem této diplomové práce je ekonomicky analyzovat model IS-LM se speciálními funkcemi definovaný v literatuře Kaličinská (2009). Prostředky této analýzy jsou ekonomická interpretace modelu, poukázání na ekonomické souvislosti, porovnávání alternativních přístupů k modelování celkové rovnováhy a zkoumání empirické prokazatelnosti modelu.

Technická poznámka: Kdykoliv je v práci pracováno se sklonem, jedná vždy o mezní sklon, i když to není přímo uvedeno. S jiným sklonem (např. průměrným) v práci nepracujeme a ani by neměl v dané souvislosti své opodstatnění.

2 Charakteristika modelu IS-LM se speciálními funkcemi

V této kapitole je stručně popsán model IS-LM se speciálními funkcemi[1]. Jedná se o východisko pro další části práce. Kapitola obsahuje podkapitoly definující speciální funkce obsažené v modelu IS-LM, popisující statický a dynamický model, následně výsledek zkoumání dynamické stability modelu.

2.1 Myšlenka zavedení modelu IS-LM se speciálními funkcemi

Za standardní makroekonomický model IS-LM je v ekonomii považován model lineární. V případě linearity modelu je situace z hlediska stability v celku zřejmá. Vzhledem k tomu, že tento lineární model je asymptoticky stabilní (důkaz tohoto tvrzení viz Kaličinská (2009), kapitola 4.1, str. 25), při změně některého parametru o malou část se ani stacionární (rovnovážný) bod mnoho nezmění, tzn. nezmění se o velkou část ani příslušná úroveň rovnovážného agregátního důchodu a hodnota rovnovážné úrokové míry.

Ovšem linearita tohoto modelu je z hlediska ekonomické reality naprosto nedostačující. Model IS-LM bude mít větší význam a využití v případě, že funkce vyskytující se v tomto modelu lépe odpovídají ekonomické „realitě“, i když je třeba se ohlížet na určité nutné zjednodušení, jinak by matematický model byl značně nepřehledný a nejspíš neřešitelný. Speciální funkce využívané v tomto modelu odpovídají lépe ekonomické „realitě“. „Realitou“ v tomto kontextu je myšleno určité přiklonění se k některé známé makroekonomické teorii ohledně průběhu funkcí vyskytujících se v tomto modelu. Alternativních přístupů k těmto funkcím je několik a zabývá se tímto kapitola číslo 4. Otázkou, na kolik vybrané speciální funkce odpovídají ekonomické skutečnosti, se zabývá kapitola číslo 5, která je zaměřena na problematiku empirické prokazatelnosti, popřípadě neprokazatelnosti, modelu IS-LM s těmito speciálními funkcemi.

V celém modelu jde o rovnováhu, a to na trhu zboží a trhu peněz současně[2]. Snaha dnešních ekonomických odborníků zabývajících se touto problematikou (např. vláda specialistů) je udržovat ekonomiku právě v takovéto rovnováze. Tedy využití modelu je mimo jiné ve

1 Pokud nebude uvedeno jinak, veškeré definice, věty, vysvětlení apod. uváděné v této kapitole jsou čerpány z literatury Kaličinská (2009). Jedná se o mou vlastní odbornou práci a výsledky, proto neuvádím citace do uvozovek.

2 Za trhem peněz „je skryt“ i trh úrok nesoucích finančních aktiv. Je proto třeba si uvědomit, že křivka LM „skrytě“ modeluje i tento trh.

fiskální nebo monetární politice státu. Vláda se podle některých odborných názorů také může chovat jako spotřebitel nebo firma, a tímto rovněž trhy ovlivňuje.

Výkyvy z rovnovážného stavu jsou způsobovány změnami všech veličin, parametrů a konstant vstupujících do modelu a záleží na stabilitě modelu, na kolik jej tyto změny ovlivní. Matematická teorie stability autonomních systémů diferenciálních rovnic je silným nástrojem pro popis těchto změn modelu.

Dalším činitelem, který může způsobovat (a také způsobuje) tyto výkyvy, je hospodářský cyklus, což je jev velmi komplikovaný a obtížně předvídatelný. Tento problém je možné matematicky popsat pomocí teorie bifurkací.[3]

2.2 Popis matematického modelu

2.2.1 Obecný model IS-LM

Obecný statický model IS-LM vypadá následovně, viz Gandolfo (1997):

$$\begin{aligned} I(Y,R) &= S(Y,R) \\ L(Y,R) &= M_S \end{aligned} \tag{2.1}$$

Obecný dynamický model pak má tuto podobu, viz Gandolfo (1997):

$$\begin{aligned} \frac{\partial Y}{\partial t} &= \dot{Y} = \alpha \cdot [I(Y,R) - S(Y,R)] \\ \frac{\partial R}{\partial t} &= \dot{R} = \beta \cdot [L(Y,R) - M_S] \end{aligned} \tag{2.2}$$

kde

t................čas,

Y...............agregátní důchod,

R...............úroková míra,

I(Y, R)........obecná investiční funkce závislá na agregátním důchodu a úrokové míře,

S(Y, R).......obecná úsporová funkce závislá na agregátním důchodu a úrokové míře,

L(Y, R).......obecná funkce poptávky po penězích závislá na *Y* a *R*,

M_S.............konstanta představující nabídku peněz[4], $M_S > 0$,

α, β...........parametry určující dynamiku.

3 Touto problematikou se práce dále nezabývá.

4 Standardně je peněžní nabídka považována za exogenně danou, alternativními přístupy se zabývá kapitola číslo 4.2.3.

Uvedené funkce *I(Y, R)*, *S(Y, R)* a *L(Y, R)* musí splňovat následující podmínky:

1) „Ekonomické" podmínky, viz Gandolfo (1997):

$$0 < \frac{\partial I}{\partial Y} < 1, \quad \frac{\partial I}{\partial R} < 0, \quad 0 < \frac{\partial S}{\partial Y} < 1, \quad \frac{\partial S}{\partial R} > 0, \quad \frac{\partial L}{\partial Y} > 0, \quad \frac{\partial L}{\partial R} < 0 \qquad (2.3)$$

   Mezní sklon k úsporám a k investicím je větší než 0 a menší než 1 pro každou výši agregátního důchodu. Citlivost úspor na úrokovou míru má pozitivní charakter, kdežto citlivost investic na úrokovou míru má negativní charakter. Koeficient citlivosti poptávky po penězích na agregátní důchod je kladný a na úrokovou míru záporný.

2) Podmínky zaručující existenci alespoň jednoho průsečíku křivek IS a LM, viz Baráková (2004):

   - pro nějaké pevné $Y \in (-\infty, +\infty)$

$$\begin{aligned} \lim_{R \to \infty} [I(Y,R) - S(Y,R)] &= -\infty \\ \lim_{R \to -\infty} [I(Y,R) - S(Y,R)] &= \infty \end{aligned} \qquad (2.4)$$

     Jde o jakési krajní případy ekonomiky, kdy by při nějakém pevném výstupu (agregátním důchodu) byla úroková míra extrémně nízká (až záporná), což by vedlo spotřebitele k tomu, aby do bank neukládali své peníze, ale naopak si od nich peníze půjčovali. Sklon k úsporám by byl velmi nízký (až záporný), a sklon k investicím by odpovídal nutným investicím. Při velmi vysoké úrokové míře by tomu bylo přesně naopak.

   - pro nějaké pevné $R \in (-\infty, +\infty)$

$$\begin{aligned} \lim_{Y \to \infty} (L(Y,R)) &= \infty \\ \lim_{Y \to -\infty} (L(Y,R)) &= -\infty \end{aligned} \qquad (2.5)$$

     Bude-li hodnota agregátního důchodu extrémně vysoká při nějaké pevné úrokové míře, pak poptávka po penězích bude také velmi vysoká. Naopak bude-li výše agregátního důchodu extrémně nízká, pak poptávka po penězích bude také velmi nízká.

1) Tzv. Kaldorovy podmínky, viz Baráková (2004):

$$\begin{aligned} Y \in (-\infty, M):&\quad S_Y > I_Y \\ Y \in (M, N):&\quad S_Y < I_Y \\ Y \in (N, \infty):&\quad S_Y > I_Y \end{aligned} \qquad (2.6)$$

   kde body $M < N$ jsou implicitně dány rovnicí $I_Y(Y,R) = S_Y(Y,R)$ pro pevné *R*.

   Vztah (2.6) popisuje chování firem a spotřebitelů při zvyšování množství důchodu. Pro malé a velké hodnoty důchodu bude sklon k investicím menší než sklon k úsporám. Na tzv. „normální úrovni" důchodu bude sklon k investicím převyšovat sklon k úsporám.

Odůvodnění nutnosti těchto podmínek lze nalézt například v literatuře Kaličinská (2009), kapitola 3.3 str. 20 – 22.

2.2.2 Definice speciálních funkcí I, S a L

Dále budeme uvažovat pouze situaci, kdy $Y \geq 0$, $R > 0$.

Definice 2.1:

Definujeme *investiční funkci*

$$I(Y,R) = \begin{cases} e^{a \cdot Y} - l_1 \cdot R + A & pro\ Y \in [0, c] \\ b \cdot \ln(Y+1) - l_1 \cdot R + B & pro\ Y \in [c, \infty) \end{cases}, \tag{2.7}$$

kde

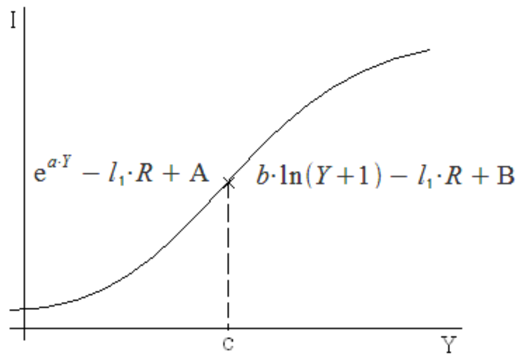
a ....parametr citlivosti exponenciální části investiční funkce, $a > 0$,

b ....parametr citlivosti logaritmické části investiční funkce, $b = a \cdot (c+1) \cdot e^{ac}$,

A ....konstanta, $A = I_a - 1$, kde $I_a \geq 0$ jsou autonomní investice,

B ....konstanta, $B = e^{ac} \cdot (1 - a \cdot (c+1) \cdot \ln(c+1)) + A$,

l_1 ....parametr citlivosti investic na úrokovou míru, $l_1 > 0$.



Obr. 2.1 – Graf investiční funkce v závislosti na Y pro pevné R

V bodě c se mění funkce $I(Y,R)$ z konvexní na konkávní.

Definice 2.2:

Definujeme *úsporovou funkci*

$$S(Y,R) = \begin{cases} \bar{b} \cdot \ln(Y+1) + l_2 \cdot R + \bar{B} & pro\ Y \in [0, \bar{c}] \\ e^{\bar{a} \cdot Y} + l_2 \cdot R + \bar{A} & pro\ Y \in [\bar{c}, \infty) \end{cases}, \tag{2.8}$$

kde

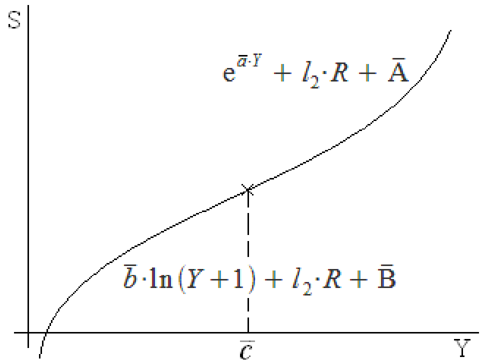
$\bar{a}$ ....parametr citlivosti exponenciální části úsporové funkce, $\bar{a} > 0$,

$\bar{b}$ ....parametr citlivosti logaritmické části úsporové funkce, $\bar{b} = \bar{a}\cdot(\bar{c}+1)\cdot e^{\bar{a}\bar{c}}$,

$\bar{A}$ ....konstanta, $\bar{A} = e^{\bar{a}\bar{c}}\cdot[\bar{a}\cdot(\bar{c}+1)\cdot\ln(\bar{c}+1)-1]+\bar{B}$,

$\bar{B}$ ....konstanta, $\bar{B} = -C_a = S_a$, kde $C_a \geq 0$ je autonomní spotřeba a $S_a \leq 0$ jsou autonomní úspory,

l_2 ....parametr citlivosti úspor na úrokovou míru, $l_2 > 0$.



Obr. 2.2 – Graf úsporové funkce v závislosti na Y pro pevné R

V bodě $\bar{c}$ se mění funkce $S(Y,R)$ z konkávní na konvexní.

Z důvodu vlivu cyklického vývoje ekonomiky budeme předpokládat, že parametry a konstanty a, A, b, B, $\bar{a}$, $\bar{A}$, $\bar{b}$, $\bar{B}$, c, $\bar{c}$ jsou takové, že grafy funkcí $I(Y,R)$ a $S(Y,R)$ mají 2 nebo 3 průsečíky.

Definice 2.3:

Definujeme *funkci poptávky po penězích*

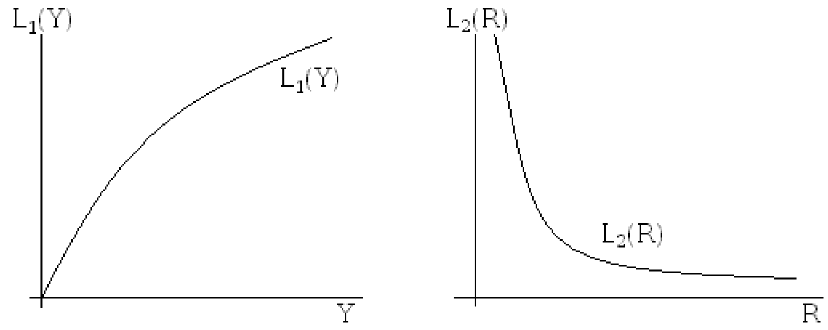
$$L(Y,R) = L_1(Y) + L_2(R) = k\cdot\ln(Y+1) + \frac{h}{R} \tag{2.9}$$

kde

k ....parametr citlivosti transakční poptávky po penězích, $k > 0$,

h ....parametr citlivosti spekulativní poptávky po penězích, $h > 0$

a kde transakční poptávka po penězích je $L_1(Y) = k\cdot\ln(Y+1)$ a spekulativní poptávka po penězích je $L_2(R) = \dfrac{h}{R}$.

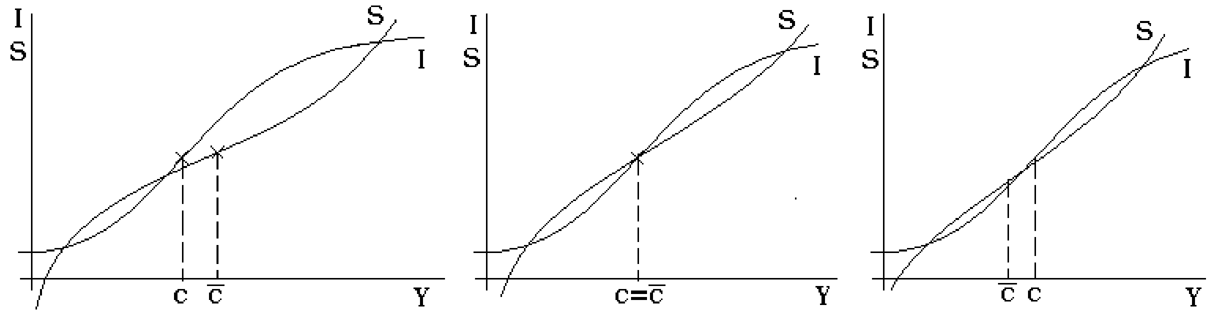


Obr. 2.3 – Graf funkce transakční a spekulativní poptávky po penězích

2.2.3 Statický model se speciálními funkcemi

U funkcí $I(Y,R)$ a $S(Y,R)$ může dojít ke třem možným situacím:

1) $c < \bar{c}$ 2) $c = \bar{c}$ 3) $c > \bar{c}$



Obr. 2.4 - Znázornění grafu funkcí I a S ve třech možných situacích při pevném R

Křivka IS je tedy dána grafem funkce:

- v prvním případě, kdy $c < \bar{c}$:

$$R = \frac{1}{l_1 + l_2} \cdot \left[e^{a \cdot Y} + A - \bar{b} \cdot \ln(Y+1) - \bar{B} \right] \qquad pro\ Y \in [0, c]$$
$$R = \frac{1}{l_1 + l_2} \cdot \left[b \cdot \ln(Y+1) + B - \bar{b} \cdot \ln(Y+1) - \bar{B} \right] \qquad pro\ Y \in [c, \bar{c}] \tag{2.10}$$
$$R = \frac{1}{l_1 + l_2} \cdot \left[b \cdot \ln(Y+1) + B - e^{\bar{a} \cdot Y} - \bar{A} \right] \qquad pro\ Y \in [\bar{c}, \infty)$$

- ve druhém případě, kdy $c = \bar{c}$:

$$R = \frac{1}{l_1 + l_2} \cdot \left[e^{a \cdot Y} + A - \bar{b} \cdot \ln(Y+1) - \bar{B} \right] \qquad pro\ Y \in [0, c]$$
$$R = \frac{1}{l_1 + l_2} \cdot \left[b \cdot \ln(Y+1) + B - e^{\bar{a} \cdot Y} - \bar{A} \right] \qquad pro\ Y \in [c, \infty) \tag{2.11}$$

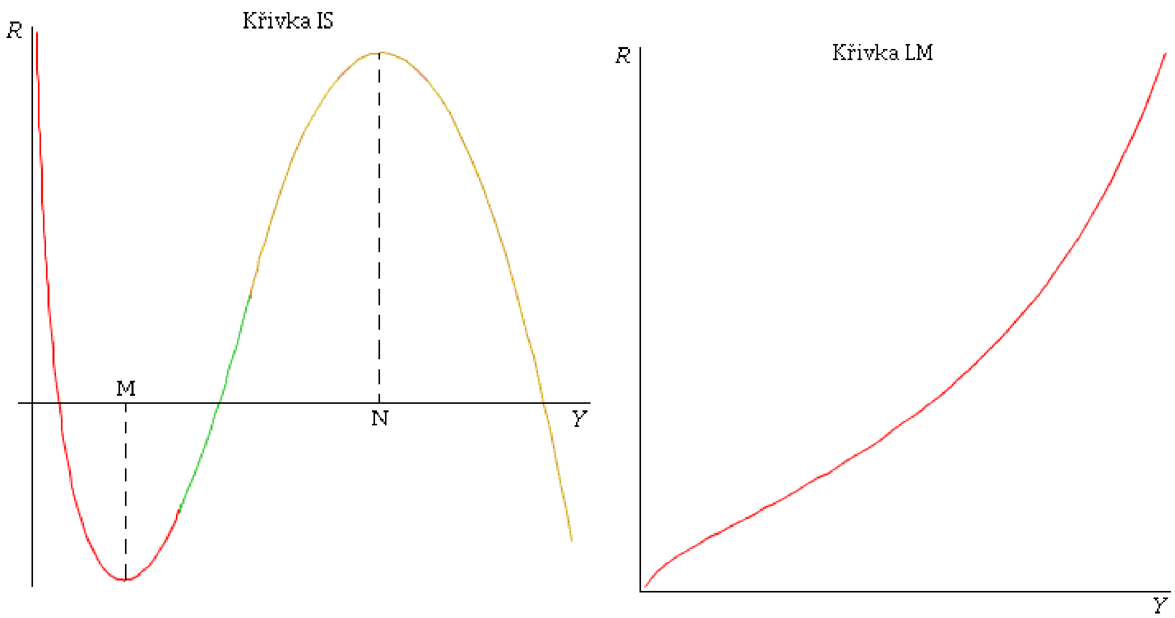
- ve třetím případě, kdy $c > \bar{c}$:

$$
\begin{aligned}
R &= \frac{1}{l_1 + l_2} \cdot \left[e^{a \cdot Y} + A - \bar{b} \cdot \ln(Y+1) - \bar{B} \right] && pro\ Y \in [0, \bar{c}] \\
R &= \frac{1}{l_1 + l_2} \cdot \left[e^{a \cdot Y} + A - e^{\bar{a} \cdot Y} - \bar{A} \right] && pro\ Y \in [\bar{c}, c] \\
R &= \frac{1}{l_1 + l_2} \cdot \left[b \cdot \ln(Y+1) + B - e^{\bar{a} \cdot Y} - \bar{A} \right] && pro\ Y \in [c, \infty)
\end{aligned}
\tag{2.12}
$$

Křivka LM je tedy dána grafem funkce:

$$
R = \frac{h}{M_S - k \cdot \ln(Y+1)} \tag{2.13}
$$

Takto vytvořené křivky IS a LM pro vhodný interval mají tvar znázorněný na následujícím obrázku.



Obr. 2.5 - Ilustrativní obrázek křivky IS a LM vytvořených pomocí speciálních funkcí

Následuje několik vět, které omezují parametry modelu. Tyto omezení vyplývají z podmínek kladených na obecné funkce I, S a L, viz vztahy (2.3), (2.4), (2.5) a (2.6)

Věta 2.1:

Investiční funkce definovaná vztahem (2.7) splňuje podmínku (2.3) pro libovolný parametr $l_1 > 0$ a pro parametr a, pro který platí

$$
\begin{gathered}
a \in (0, 1) \\
0 < c < -\frac{\ln(a)}{a}
\end{gathered}
\tag{2.14}
$$

Věta 2.2:

Úsporová funkce definovaná vztahem (2.8) splňuje podmínku (2.3) pro libovolný parametr $l_2 > 0$.

Pro parametr $\bar{a}$, pro který platí

$$\begin{gathered} \bar{a} \in (0,\ 1) \\ 0 < \bar{c} < -\frac{\ln[\bar{a} \cdot (\bar{c}+1)]}{\bar{a}} \end{gathered} , \tag{2.15}$$

existuje interval $[0,\ \gamma)$, $\gamma > \bar{c}$, kde podmínka (2.3) je splněna.

Poznámka 2.1:

Křivka LM daná vztahem (2.13) v bodě $Y = e^{\frac{M_S}{k}} - 1$ nemá smysl. Proto budeme dále požadovat,aby

$$\gamma \le e^{\frac{M_S}{k}} - 1 \ . \tag{2.16}$$

Věta 2.3:

Funkce poptávky po penězích definovaná vztahem (2.9) splňuje podmínku (2.3) pro libovolný parametr $k > 0$ a $h > 0$.

Podmínky (2.4) a (2.5), které zaručují alespoň jeden průsečík křivek IS a LM, pro investiční, úsporovou funkci a funkci poptávky po penězích z definice 2.1, 2.2 a 2.3 platí v upraveném tvaru[5]

- pro nějaké pevné $Y \in (-1, +\infty)$

$$\begin{gathered} \lim_{R \to \infty} [I(Y, R) - S(Y, R)] = -\infty \\ \lim_{R \to -\infty} [I(Y, R) - S(Y, R)] = \infty \end{gathered} , \tag{2.17}$$

- pro nějaké pevné $R \in (-\infty, +\infty)$

$$\begin{gathered} \lim_{Y \to \infty} (L(Y, R)) = \infty \\ \lim_{Y \to -1} (L(Y, R)) = -\infty \end{gathered} , \tag{2.18}$$

protože tyto funkce *I(Y, R), S(Y, R)* a *L(Y, R)* jsou definovány pro $Y \in (-1,\ \infty)$.

5 Tyto podmínky jsou založené také na hypotetickém posunu agregátního důchodu a úrokové míry i do záporných hodnot, z formálního hlediska tyto podmínky funkce *I(Y, R), S(Y, R)* a *L(Y, R)* splňují.

Poznámka 2.2:

Podmínky (2.17) a (2.18) zaručí existenci alespoň jednoho průsečíku křivek IS a LM v oblasti, kde jsou funkce *I(Y, R)* a S*(Y, R)* definovány, tedy v polorovině, kde $Y \in (-1, \infty)$ a $R \in (-\infty, \infty)$.

Průsečíků křivek IS a LM může být alespoň jeden a nejvýše tři, což vyplývá z tvaru křivek (viz obr. 2.5). Počet průsečíků závisí na konkrétních hodnotách parametrů $a, b, \bar{a}, \bar{b}, c, \bar{c}, k, h$ a konstant $\mathrm{A}, \mathrm{B}, \bar{\mathrm{A}}, \bar{\mathrm{B}}, M_S$.

Může se stát, že celková rovnováha, tedy některý průsečík, je v části, kde $Y \in (-1, 0)$, což z ekonomického hlediska nemá smysl, a takový průsečík je pro nás proto nezajímavý. Problém nastane, jsou-li parametry a konstanty nastaveny tak, že tento „nezajímavý“ průsečík je průsečíkem jediným. „Klíč“ k tomu, jak zajistit, aby existoval aspoň jeden průsečík pro kladné *Y*, je v hodnotě parametru *h*, který nejvíce ovlivňuje zakřivení a posunutí křivky LM. Blíže specifikovat nebo omezit tento parametr by však bylo značně složité.

Naopak díky podmínce (2.16) se nemůže stát, že některý rovnovážný bod by byl v oblasti, kde $R \leq 0$. Křivka LM je pro $Y \in \left(-1, \mathrm{e}^{\frac{M_S}{k}} - 1\right)$ rostoucí a funkční hodnota funkce ze vztahu (2.13) je kladná pro všechny *Y* z tohoto intervalu.

Věta 2.4:

Investiční a úsporová funkce definované vztahy (2.7) a (2.8) splňují Kaldorovy podmínky (2.6) pro parametry $a, \bar{a}, b, \bar{b},$ pro které platí

$$\begin{array}{l} a > \bar{a} \quad \text{když } c > \bar{c} \\ b > \bar{b} \quad \text{když } c < \bar{c} \\ a > \bar{a}, \ b > \bar{b} \quad \text{když } c = \bar{c} \end{array} \tag{2.19}$$

Důkazy uvedených vět 2.1, 2.2, 2.3 a 2.4 lze nalézt v literatuře Kaličinská (2009).

2.2.4 Dynamický model se speciálními funkcemi

Po zavedení substituce

$$\begin{aligned} l &= l_1 + l_2 \\ \mathrm{K}_1 &= \mathrm{A} - \bar{\mathrm{B}} \\ \mathrm{K}_2 &= \mathrm{B} - \bar{\mathrm{A}} \\ \mathrm{K}_3 &= \mathrm{B} - \bar{\mathrm{B}} \\ \mathrm{K}_4 &= \mathrm{A} - \bar{\mathrm{A}} \end{aligned} \tag{2.20}$$

je dynamický model

- v prvním případě, kdy $c < \bar{c}$:

$$\begin{aligned}
&Y \in [0,\, c]: \quad \dot{Y} = \alpha\cdot[\mathrm{e}^{a\cdot Y} - \bar{b}\cdot\ln(Y+1) - l\cdot R + \mathrm{K}_1] \\
&Y \in [c,\, \bar{c}]: \quad \dot{Y} = \alpha\cdot[b\cdot\ln(Y+1) - \bar{b}\cdot\ln(Y+1) - l\cdot R + \mathrm{K}_3] \\
&Y \in [\bar{c},\, \infty): \quad \dot{Y} = \alpha\cdot[b\cdot\ln(Y+1) - \mathrm{e}^{\bar{a}\cdot Y} - l\cdot R + \mathrm{K}_2] \\
&Y \in [0,\, \infty): \quad \dot{R} = \beta\cdot[k\cdot\ln(Y+1) + \frac{h}{R} - M_S]
\end{aligned} \tag{2.21}$$

- ve druhém případě, kdy $c = \bar{c}$:

$$\begin{aligned}
&Y \in [0,\, c]: \quad \dot{Y} = \alpha\cdot[\mathrm{e}^{a\cdot Y} - \bar{b}\cdot\ln(Y+1) - l\cdot R + \mathrm{K}_1] \\
&Y \in [c,\, \infty): \quad \dot{Y} = \alpha\cdot[b\cdot\ln(Y+1) - \mathrm{e}^{\bar{a}\cdot Y} - l\cdot R + \mathrm{K}_2] \\
&Y \in [0,\, \infty): \quad \dot{R} = \beta\cdot[k\cdot\ln(Y+1) + \frac{h}{R} - M_S]
\end{aligned} \tag{2.22}$$

- ve třetím případě, kdy $c > \bar{c}$:

$$\begin{aligned}
&Y \in [0,\, \bar{c}]: \quad \dot{Y} = \alpha\cdot[\mathrm{e}^{a\cdot Y} - \bar{b}\cdot\ln(Y+1) - l\cdot R + \mathrm{K}_1] \\
&Y \in [\bar{c},\, c]: \quad \dot{Y} = \alpha\cdot[\mathrm{e}^{a\cdot Y} - \mathrm{e}^{\bar{a}\cdot Y} - l\cdot R - \mathrm{K}_4] \\
&Y \in [c,\, \infty): \quad \dot{Y} = \alpha\cdot[b\cdot\ln(Y+1) - \mathrm{e}^{\bar{a}\cdot Y} - l\cdot R + \mathrm{K}_2] \\
&Y \in [0,\, \infty): \quad \dot{R} = \beta\cdot[k\cdot\ln(Y+1) + \frac{h}{R} - M_S]
\end{aligned} \tag{2.23}$$

2.3 Výsledek analýzy stability modelu v čase

Věta 2.5:

Nechť singulární bod dynamického systému modelu IS-LM pro speciální funkce (pro všechny 3 případy) leží v oblasti pro $\hat{Y} \in [0, M] \cup [N, \infty)$, kde M je dáno rovnicí $a\cdot\mathrm{e}^{a\cdot Y} = \frac{\bar{b}}{Y+1}$, N je dáno rovnicí $\frac{b}{Y+1} = \bar{a}\cdot\mathrm{e}^{a\cdot Y}$ a $M < N$. Potom je tento dynamický systém a jeho řešení asymptoticky stabilní.

Pokud singulární bod v této oblasti leží, pak se jedná o stabilní uzel nebo stabilní ohnisko.

V oblasti pro $\hat{Y} \in (M, N)$ se teoreticky muže vyskytovat singulární bod jakéhokoli typu. Závisí to na hodnotách parametrů a konstant.

Pokud je determinant Jacobiho matice dynamického systému záporný, pak je singulární bod nestabilním sedlem.

Podrobné tvrzení, kdy který typ singulárního bodu systému nastane, je možné nalézt v literatuře Kaličinská (2009), kapitola 5.3, str. 45-50.

3 Ekonomická interpretace modelu IS-LM se speciálními funkcemi

Tato část práce se zabývá podrobnou ekonomickou interpretací modelu IS-LM se speciálními funkcemi. Jsou zde interpretovány speciální investiční a úsporová funkce, speciální funkce poptávky po penězích, dále statický a dynamický model IS-LM s těmito funkcemi, včetně interpretace různých druhů stacionárních (rovnovážných) bodů vyskytujících se v tomto modelu.

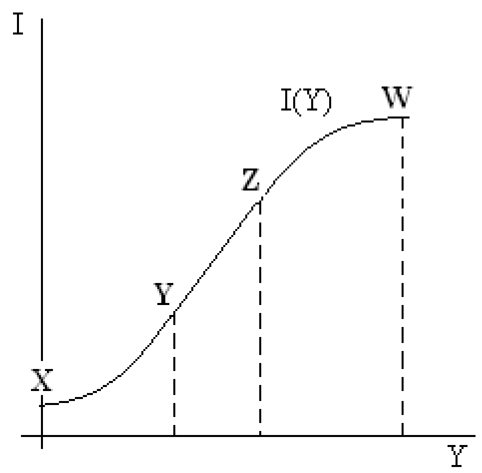
V případě obecného modelu IS-LM se nerozlišuje reálná a nominální úroková míra. U modelu IS-LM se speciálními funkcemi budeme předpokládat $R > 0$ a $Y \geq 0$. Tedy pracujeme s nominální úrokovou mírou. Reálná úroková míra záporná být může, což vyplývá z toho, že reálná úroková míra je nominální úroková míra zmenšená o očekávanou míru inflace. Záporné hodnoty agregátního důchodu nemají ekonomický význam. I situace, kdy $Y = 0$, je krajní případ, který není příliš pravděpodobný.

3.1 Ekonomická interpretace funkcí modelu IS-LM

3.1.1 Interpretace investiční a úsporové funkce

Investiční a úsporová funkce definovaná vztahem (2.7) a (2.8) odpovídá teorii anglického ekonoma Nicholase Kaldora, který již v roce 1940 (viz Kaldor, 1940) poukázal na to, že grafy těchto dvou funkcí by měly mít tzv. „sigmoidní“ tvar.

Investiční funkce *I(Y, R)* při pevně dané úrokové míře, tedy pouze při měnícím se agregátním důchodu, má tvar uvedený na následujícím obrázku.



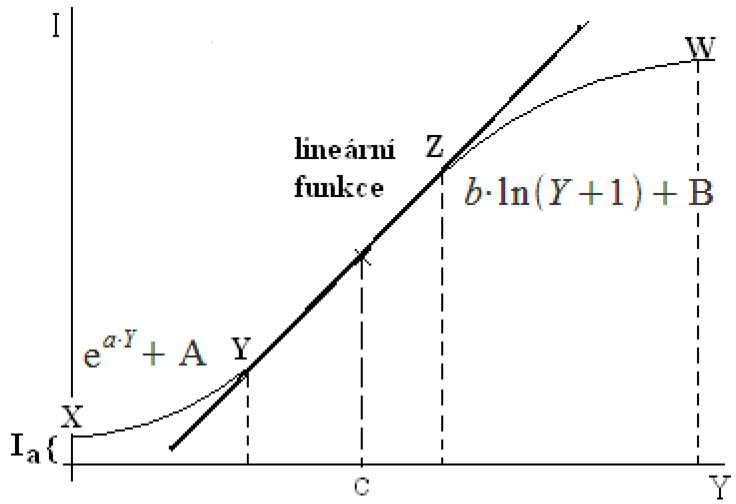
Obr. 3.1 – Tvar grafu investiční funkce pro pevné R dle Kaldora

Sklon k investicím pro malé hodnoty výstupu (agregátního důchodu) je nízký, protože existuje velký kapacitní přebytek. Rostoucí agregátní poptávka indukuje velmi malé množství dalších investic, jelikož přírůstek poptávky je uspokojen z existujícího kapacitního přebytku. Ale investice se velmi rychle zvětšují, sklon k investicím roste (viz obrázek 3.1 - oblast od bodu *X* po bod *Y*). Je to dáno tendencí investorů se zvětšujícím se agregátním důchodem stále více investovat. Také tuto tendenci investorů ovlivňuje fakt, že při špatně zvolených investičních záměrech a případné ztrátě svých vložených prostředků neztratí „tak mnoho“, neboť se pohybujeme v oblasti pro malé hodnoty agregátního důchodu. Proto jsou investoři ochotni toto určité riziko podstoupit.

Pro středně velké hodnoty výstupu u investorů opadne „počáteční nadšení“ pro investování a mezní sklon k investicím se udržuje na stejné úrovni. Investice se sice zvětšují, ale poměrně tolik, kolik se zvětšuje úroveň důchodu. Graf investiční funkce „se blíží“ k přímce, tedy investiční funkce „se blíží“ k funkci lineární (viz obrázek 3.1 – oblast od bodu *Y* po bod *Z*). Riziko případné ztráty vložených investic při nevhodně zvoleném investičním záměru je již větší, ale vyrovnává to možný zisk z investic, proto je sklon k investicím konstantní.

Pro velmi velké hodnoty výstupu nastane tzv. Wicksellův problém – zvyšuje se cena rostoucí kapacity, výrobní prostředky v průmyslu jsou omezovány nabídkou, a tedy podnikatelé požadují stále vyšší cenu na produkci každé další jednotky kapitálu. Tzn. že náklady na další rozšiřování produkční kapacity jsou velké, protože dané odvětví má již většinou omezené produkční možnosti, a tedy je potřeba na každou dodatečnou jednotku produkovaného statku vyžadovat vysokou cenu. Výnosné investiční možnosti byly již realizovány a zbývají jen investiční příležitosti s nízkou mírou výnosu, které nejsou již tolik atraktivní. Sklon k investicím se pomalu začíná zmenšovat, až se přiblíží k nule (viz obrázek 3.1 – oblast od bodu *Z* k bodu *W* a dále). Investoři sice udržují své investice na určité úrovni, ale již pomalu přestávají investovat do dalších nových příležitostí, až nakonec přestanou investovat téměř úplně. Riziko ztráty důchodu investovaného do nově zvolených investičních projektů je při neúspěchu poměrně velké a převyšuje možný zisk při úspěchu, proto se sklon k investicím pomalu blíží k nule.

Definice 2.1 investiční funkce poskytuje matematický popis funkce s uváděnými vlastnostmi a s tím i silný aparát pro další práci s takovouto investiční funkcí.



Obr. 3.2 – Graf investiční funkce dle definice 2.1

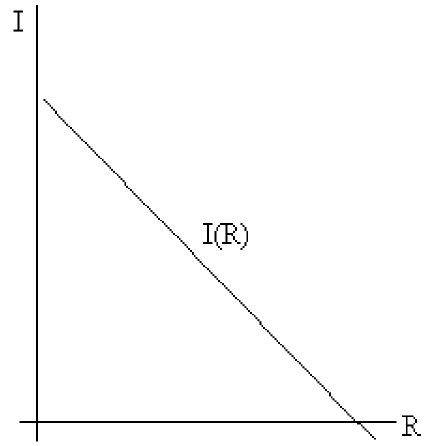
Rychlý růst investic a tedy i rychlý růst sklonu k investicím pro malé hodnoty výstupu vhodně matematicky popisuje exponenciální funkce, viz definice 2.1. Parametr a z této definice, tedy parametr citlivosti exponenciální části investiční funkce, ovlivňuje sklon této části funkce (po bod *c*). Zvětší-li se parametr a, zvětší se i sklon a naopak. Konstanta *A* z této definice obsahuje, pro ekonomickou interpretaci důležité, autonomní investice I_a. To jsou investice, které budou vždy, tedy i v případě nulového agregátního důchodu (viz obrázek 3.2).

Zpomalující se sklon k investicím reprezentuje v definici 2.1 logaritmická funkce. Průběh logaritmické funkce přesně odpovídá vlastnostem kladeným na investiční funkci pro vysokou úroveň agregátního důchodu. Parametr *b* z definice 2.1, tedy parametr citlivosti logaritmické části investiční funkce, ovlivňuje sklon této části investiční funkce a je závislý na parametru a. Konstanta *B* rovněž obsahuje autonomní investice.

Důvody, proč mají parametr b a konstanty *A* a *B* tvar uvedený v definici 2.1, jsou čistě matematického charakteru a lze je nalézt v odborné literatuře Kaličinská (2009), kapitola 5.1, str. 31, poznámka 5.1.

Prostřední část, kdy se graf investiční funkce blíží k přímce, je popsána částečně pomocí exponenciální a částečně pomocí logaritmické funkce. Jedná se o určitou část před bodem *c* a po něm. V bodě *c* funkce přechází z exponenciální v logaritmickou. V této části se investiční funkce „dostatečně blíží“ k funkci lineární (obrázek 3.2 – oblast od bodu *Y* po bod *Z*).

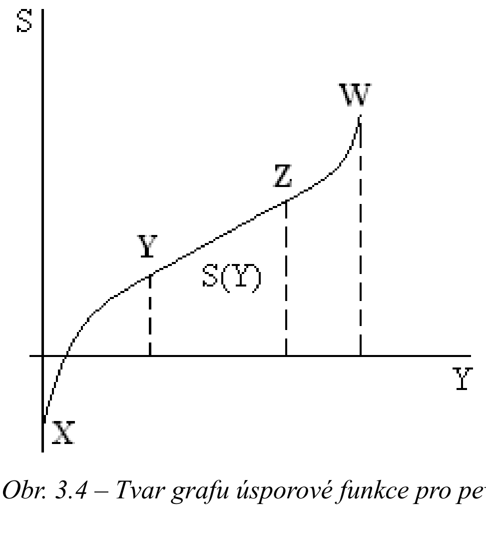
Při definování závislosti investic na úrokové míře při pevně zvolené úrovni agregátního důchodu jsem přijala teorii „nepřímé úměrnosti“ této závislosti. Tedy čím větší úroková míra, tím jsou menší investice a naopak. Investoři se zvětšující se úrokovou mírou budou méně ochotni si půjčovat od bankovních ústavů na investice a tedy i méně investovat. Tomu také odpovídá parametr $-l_1$ z definice 2.1, tedy parametr citlivosti investic na úrokovou míru. Je požadováno $l_1 > 0$, aby parametr $-l_1$ byl vždy záporný, a tedy sklon k investicím v závislosti na úrokové míře byl záporný.



Obr. 3.3 – Graf investiční funkce pro pevné Y

Na obrázku 3.3 je zobrazena závislost investic na úrokové míře jako „nepřímá úměra". Jedná se o funkci lineární, tedy nejjednodušší podobu takovéto závislosti.

Úsporová funkce *S(Y,R)* při pevně dané úrokové míře, tedy pouze při měnícím se agregátním důchodu, má tvar uvedený na následujícím obrázku.



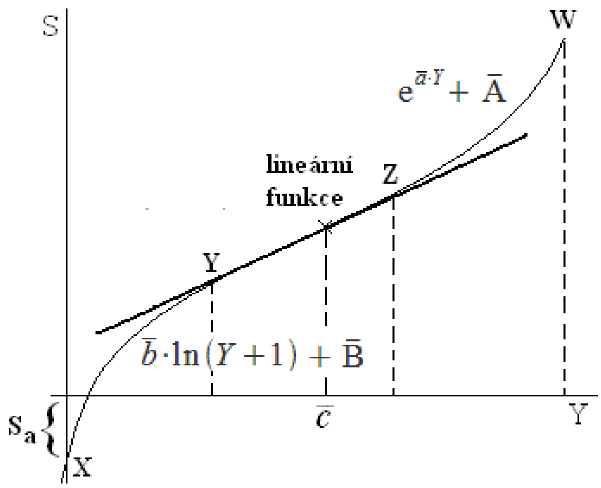
Obr. 3.4 – Tvar grafu úsporové funkce pro pevné R dle Kaldora

Pro malé hodnoty výstupu (agregátního důchodu) jsou nejprve úspory záporné, tzn. spotřebitelé spotřebovávají statky a služby na dluh pro zachování základních lidských potřeb. Úspory a spotřeba spolu úzce souvisí, mají přesně opačný charakter. V této fázi mají ovšem spotřebitelé sklon k úsporám poměrně velký, neboť se snaží splatit dluh bance a něco si uspořit. Postupně se však tento sklon zmenšuje, neboť spotřebitelé jsou již v situaci, kdy mají uspokojeny základní lidské potřeby a naspořenou nějakou úroveň důchodu. Tato „úspora“ jim zajišťuje určitou finanční jistotu, aby byli schopni zaplatit své závazky v případě nějakých nečekaných událostí (např. při ztrátě zaměstnání). S dále rostoucím objemem důchodu se spotřebitelé ohlížejí po jiném využití důchodu, např. na spotřebu dalších statků a služeb (dovolená, luxusní zboží, financování zájmových aktivit atd.), které neslouží pouze k uspokojení základních lidských potřeb. Toto chování spotřebitelů je graficky znázorněno na obrázku 3.4 v oblasti od bodu *X* po bod *Y*.

Pro středně velké hodnoty agregátního důchodu spotřebitelé rovnoměrně ukládají důchod do úspor, respektive ho vkládají do jiného alternativního využití – spotřeby dalších, tj. nikoliv nezbytných, statků a služeb. Sklon k úsporám je konstantní, úroveň úspor se sice zvětšuje, ale poměrově stejně jako se zvětšuje úroveň agregátního důchodu. Graf úsporové funkce „se blíží“ k přímce, tedy úsporová funkce „se blíží“ k funkci lineární (viz obrázek 3.4 - oblast od bodu *Y* po bod *Z*).

Pro velmi velké hodnoty výstupu spotřebitele přestávají tolik zajímat alternativní využití důchodu, neboť jsou schopni pomocí důchodu uspokojit všechny své potřeby sahající postupně směrem k vrcholu Maslowovy pyramidy potřeb (tedy ty potřeby, které lze uspokojit pomocí důchodu). Zbytek vzrůstajícího důchodu spotřebitelé spoří, tedy úspory a rovněž sklon k úsporám se stále větší úrovní agregátního důchodu rostou „nade všechny meze“ (viz obrázek 3.4 – oblast od bodu *Z* k bodu *W* a dále).

Definice 2.2 úsporové funkce poskytuje matematický popis funkce s uváděnými vlastnostmi a s tím i silný aparát pro další práci s takovouto úsporovou funkcí.



Obr. 3.5 – Graf úsporové funkce dle definice 2.2

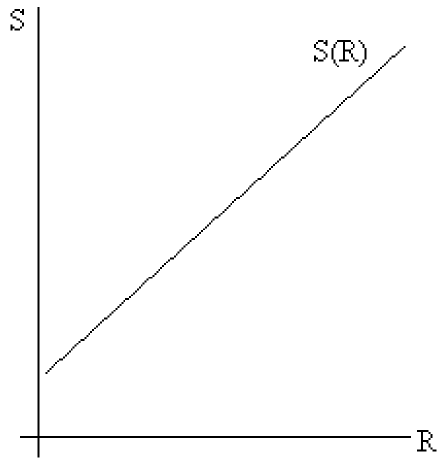
Pokles sklonu k úsporám pro malé hodnoty výstupu vhodně matematicky popisuje logaritmická funkce, viz definice 2.2. Parametr $\bar{b}$ z této definice, tedy parametr citlivosti logaritmické části úsporové funkce, ovlivňuje sklon této části funkce (po bod $\bar{c}$) a je závislý na parametru $\bar{a}$. Zvětší-li se parametr $\bar{b}$, zvětší se i sklon a naopak. Konstanta $\bar{B}$ z této definice obsahuje, pro ekonomickou interpretaci důležité, autonomní úspory S_a. To jsou úspory, které budou existovat vždy, tedy i v případě nulového agregátního důchodu (viz obrázek 3.5). Nutno podotknout, že tyto úspory jsou záporné, neboť úzce souvisí s autonomní spotřebou. Spotřebitel musí i při nulovém důchodu spotřebovávat pro zachování základních lidských potřeb, což představuje právě autonomní spotřeba. Tato autonomní spotřeba „existuje“ na úkor úspor. Spotřebitelé si na ni musí půjčit, čímž vzniká dluh – tedy „záporné úspory“.

Zrychlující sklon k úsporám a zvětšující se úroveň úspor reprezentuje v definici 2.2 exponenciální funkce. Průběh exponenciální funkce přesně odpovídá vlastnostem kladených na úsporovou funkci pro vysokou úroveň důchodu. Parametr $\bar{a}$ z definice 2.2, tedy parametr citlivosti exponenciální části úsporové funkce, ovlivňuje sklon této části investiční funkce. Zvětší-li se parametr $\bar{a}$, zvětší se i sklon a naopak. Konstanta $\bar{A}$ obsahuje autonomní úspory.

Důvody, proč mají parametr $\bar{b}$ a konstanta $\bar{A}$ tvar uvedený v definici 2.2, jsou čistě matematického charakteru a lze je nalézt v odborné literatuře Kaličinská (2009), kapitola 5.1, str. 32, poznámka 5.2.

Prostřední část, kdy se graf úsporové funkce blíží k přímce, je popsána částečně pomocí logaritmické a částečně pomocí exponenciální funkce. Jedná se o určitou část před bodem $\bar{c}$ a po něm. V bodě $\bar{c}$ funkce přechází z logaritmické v exponenciální. V této části se úsporová funkce „dostatečně blíží" k funkci lineární (obrázek 3.5 – oblast od bodu *Y* po bod *Z*).

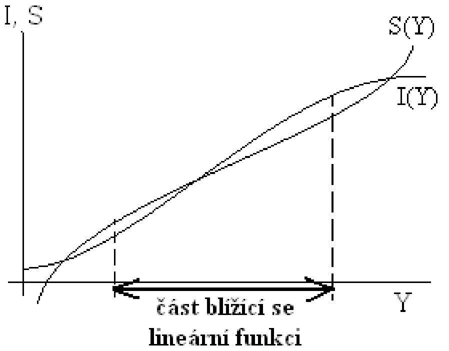
Při definování závislosti úspor na úrokové míře při pevně zvolené úrovni agregátního důchodu jsem přijala teorii „přímé úměrnosti" této závislosti. Tedy čím větší úroková míra, tím jsou větší úspory a naopak. Spotřebitelé se zvětšující se úrokovou mírou budou více ukládat své prostředky do bankovních ústavů. Se snižující se úrokovou mírou se budou spotřebitelé spíše snažit důchod vynaložit na spotřebu statků a služeb. Tomu také odpovídá parametr $+l_2$ z definice 2.2, tedy parametr citlivosti úspor na úrokovou míru. Je požadováno $l_2 > 0$, aby parametr $+l_1$ byl vždy kladný, a tedy sklon k úsporám v závislosti na úrokové míře byl také kladný.



Obr. 3.6 – Graf úsporové funkce pro pevné Y

Na obrázku 3.6 je zobrazena závislost úspor na úrokové míře jako „přímá úměra". Jedná se funkci lineární, tedy nejjednodušší podobu takovéto závislosti.

Z předcházejících odstavců vyplývá určitý „protichůdný“ charakter chování investiční a úsporové funkce jak v závislosti na agregátním důchodu, tak v závislosti na úrokové míře.



Obr. 3.7 - „Protichůdný“ charakter investiční a úsporové funkce v závislosti na Y

Na obrázku 3.7 je tento jev vyobrazen v závislosti na agregátním důchodu pro nějakou pevnou úroveň úrokové míry. „Přelévání“ investic a úspor bude probíhat v závislosti na velikosti výstupu (agregátního důchodu).

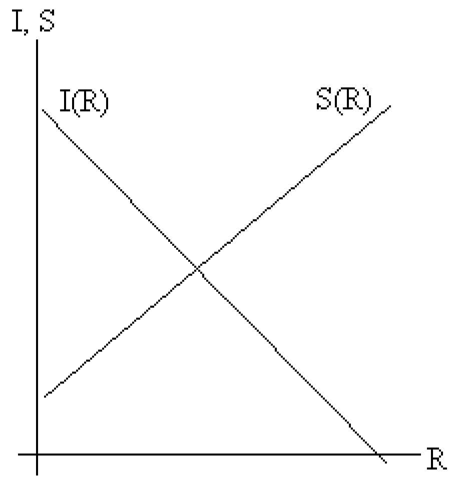
Pro velmi vysoké hodnoty agregátního důchodu bude sklon k úsporám „neomezeně“ růst, kdežto sklon k investicím bude pomalu klesat, přibližovat se k nule. Investoři budou velmi mírně rostoucí, téměř konstantní objem důchodu investovat. Naopak spotřebitelé budou téměř konstantní úroveň důchodu spotřebovávat, tedy se zvětšující se úrovní výstupu budou růst i úspory.

Pro malou úroveň agregátního důchodu se bude poměrně velký sklon k úsporám postupně zmenšovat, kdežto poměrně malý sklon k investicím bude růst.

Je třeba poznamenat, že mezní sklon k investicím a k úsporám se pohybuje v intervalu (0, 1) dle podmínky ze vztahu (2.3), tedy ani sklon investiční a úsporové funkce není v žádné úrovni agregátního důchodu příliš „strmý“ (méně než 1).

Z keynesiánské teorie investičního multiplikátoru lze také vyčíst souvislost mezi investicemi a úsporami. Z přírůstkem investic se zvětší úroveň důchodu na základě multiplikačního efektu. Důchod potom vstupuje jako proměnná do úsporové funkce. Se zvětšujícím se důchodem se pak mění chování úspor.

Určitý „protichůdný“ charakter investiční a úsporové funkce v závislosti na úrokové míře pro nějakou pevnou hodnotu agregátního důchodu je zobrazen na následujícím obrázku 3.8.



Obr. 3.8 - „Protichůdný“ charakter investiční a úsporové funkce v závislosti na R

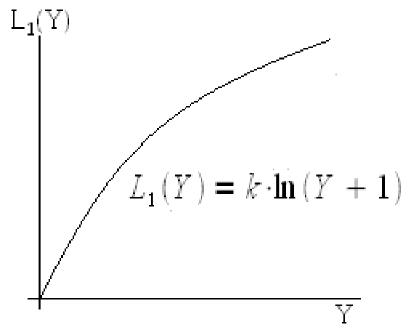
„Přelévání“ investic a úspor bude probíhat v závislosti na velikosti úrokové míry.

Pro malou hodnotu úrokové míry budou spotřebitelé měně spořit a investoři naopak více investovat. V této situaci je případný zisk z investic poměrně velký s poměrně malým rizikem ztráty vložených prostředků, kdežto oproti tomu možný zisk z úroků je poměrně malý. S postupně se zvyšující úrokovou mírou pak bude pro spotřebitele stále více výhodnější spořit a získávat další zisk z úroků než spotřebovávat. Pro investory bude nevýhodné riskovat možnou ztrátu při špatném investičním rozhodnutí. A pro velké hodnoty úrokové míry bude poměrně velký zisk z úroků při spoření, kdežto při investování převáží riziko ztráty možný zisk.

3.1.2 Interpretace funkce poptávky po penězích a nabídky peněz

Při definování funkce poptávky po penězích jsem vycházela z keynesovského stanoviska. Tato teorie předpokládá, že funkce poptávky po penězích je součtem funkcí transakční a spekulativní poptávky po penězích. Transakční poptávka po penězích je závislá pouze na agregátním důchodu, kdežto spekulativní poptávka po penězích je také funkcí jedné proměnné, ale proměnnou je v tomto případě úroková míra.

Na tvar, jaký by měly tyto dvě funkce poptávky po penězích (tj. transakční a spekulativní) dle keynesovské teorie mít, poukazuje Jan Kodera ve své knize Měnová analýza, viz Kodera (2001).



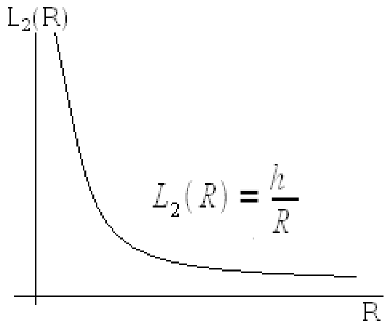
Obr. 3.9 – Tvar grafu funkce transakční poptávky po penězích

Na obrázku 3.9 je zobrazen tvar grafu funkce transakční poptávky po penězích dle Kodery. S rostoucím důchodem se množství poptávaných peněz zvětšuje. Tento růst, jak je patrné z obrázku 3.9, má logaritmický charakter. Růst transakční poptávky po penězích se zpomaluje, tedy sklon její funkce – transakční citlivost – je kladný a pomalu se zmenšuje. Se zvětšujícím se důchodem se sice poptávka po penězích zvětšuje, ale stále o menší díl. Pro obrovské hodnoty agregátního důchodu je podíl přírůstku hodnoty poptávky po penězích a přírůstku agregátního důchodu velmi malý a přibližuje se k nule.

Peníze jsou v tomto případě používány jako prostředek směny, z tohoto důvodu jsou také poptávány. Transakční poptávka po penězích představuje peněžní zůstatky, které si ekonomické subjekty snaží držet pro realizaci běžných transakcí. Z toho také vyplývá logaritmický charakter růstu transakční poptávky po penězích. Se zvyšujícím se agregátním důchodem stále pomaleji roste transakční poptávka po penězích. Důvodem tohoto chování transakční poptávky po penězích je, že pro zabezpečení běžných transakcí s každou další jednotkou agregátního důchodu stačí méně peněžních zůstatků. Vyplývá to z průběhu investiční a úsporové funkce. Se zvětšujícím se agregátním důchodem domácnosti (spotřebitelé) s každou další jednotkou důchodu stále méně spotřebovávají a více spoří, zároveň firmy (investoři) s každou další jednotkou důchodu méně investují, tedy je i méně běžných peněžních transakcí.

Definice 2.3 zadává tuto funkci transakční poptávky po penězích jako logaritmickou funkci, která odpovídá charakteru popisovaných vlastností. Argument logaritmické funkce je $Y + 1$, je tedy zvětšen o jedničku. Je to z toho důvodu, aby graf funkce poptávky po penězích zahrnoval i případ nulového agregátního důchodu. Parametr citlivosti transakční poptávky po penězích k ovlivňuje sklon této funkce. Čím je větší parametr k, tím je větší sklon, tedy graf je „strmější“.

Je požadováno, aby *k* bylo kladné. Důvodem je, aby transakční funkce byla rostoucí[6], čímž odpovídá obrázku 3.9.



Obr. 3.10 – Tvar grafu funkce spekulativní poptávky po penězích

Na obrázku 3.10 je zobrazen tvar grafu funkce spekulativní poptávky po penězích dle Kodery. S rostoucí úrokovou mírou se množství poptávaných peněz zmenšuje. Graf spekulativní poptávky po penězích zobrazující tento pokles má hyperbolický tvar, jak je zřejmé z obrázku 3.10. Pokles spekulativní poptávky po penězích je pro malé hodnoty úrokové míry dosti prudký. Se zvětšující se hodnotami úrokové míry spekulativní poptávka po penězích klesá pomaleji. Sklon její funkce – spekulativní citlivost – je záporný a jeho absolutní hodnota se se zvětšující se hodnotou úrokové míry zmenšuje. Pro velmi vysoké hodnoty úrokové míry se spekulativní úroveň poptávaných peněz blíží k nule.

Takovéto chování spekulativní poptávky po penězích je dáno tím, že se zvětšující se úrokovou mírou ekonomické subjekty raději drží jiná finanční aktiva než peněžní zůstatky[7], protože z nich mají zisk v podobě úroků, a tedy spekulativní poptávka po penězích klesá. „Zvlnění“ grafu funkce spekulativní poptávky je dáno přirozeným chováním většiny jedinců. Tj. toho, čeho má člověk velmi málo, chtěl by mít – tj. poptává toho – co nejvíce. Proto pro velmi malé hodnoty úrokové míry je poptávaných peněz velmi mnoho. Postupně se zvětšujícím se množstvím držených peněz se uvedená potřeba člověka zmírňuje.

Definice 2.3 zavádí funkci spekulativní poptávky jako funkci, jejíž grafem je hyperbola. Předpokládáme kladné hodnoty úrokové míry, proto nebereme v potaz zápornou větev hyperboly. Parametr citlivosti spekulativní poptávky po penězích *h* ovlivňuje sklon této funkce. Je požadováno, aby $h > 0$, čímž je zaručena poloha hyperboly v I. kvadrantu

6 Při záporném parametru *k* by byla funkce transakční poptávky po penězích klesající.

7 Zde chápeme peněžní zůstatky jako úzké peníze – agregát M_1.

a klesající charakter funkce[8], což odpovídá obrázku 3.10. Čím větší je parametr h, tím je hyperbola dále od počátku souřadnic. Pro spekulativní poptávku po penězích to znamená, že její pokles bude pro malé hodnoty úrokové míry méně prudký a zpomalování tohoto klesání bude se zvětšujícími se hodnotami úrokové míry také pozvolnější.

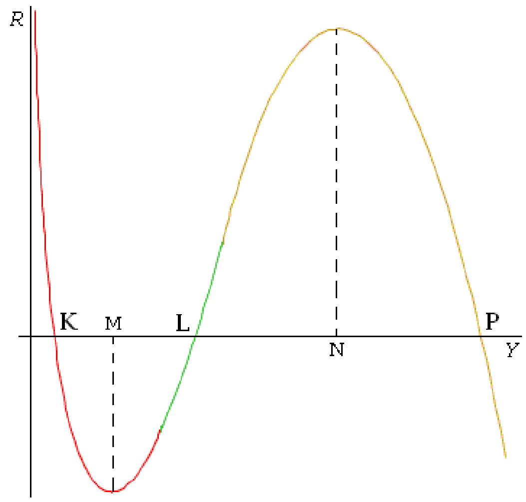
Za standardní nabídku peněz je považováno pevně exogenně dané nominální množství peněz, tedy nějaká konstanta. K této teorii jsem se přiklonila i při definování modelu IS-LM se speciálními funkcemi. Možné alternativní přístupy k nabídce peněz, kdy se může jednat např. o nějakou složitou funkci, jsou popsány v kapitole 4.2.3.

3.2 Ekonomicko-matematická interpretace statického modelu

Ekonomicko-matematická interpretace statického modelu představuje vysvětlení ekonomického pozadí tvaru křivek IS a LM, následně interpretaci rovnovážných bodů modelu, tedy průsečíků křivek IS a LM, a nakonec zamyšlení nad významem bodů ležících mimo křivky IS a LM.

3.2.1 Ekonomické pozadí křivek IS a LM

Při splnění podmínek kladených na funkce vyskytující se v modelu, tedy na funkci investiční a úsporovou, má křivka IS, která je dána právě těmito dvěma funkcemi, tvar znázorněný na následujícím obrázku 3.11. Tento tvar je dán grafem funkce dané předpisy (2.10), (2.11) a (2.12) v závislosti na poloze bodů c a $\bar{c}$, tj. takových úrovních agregátního důchodu, kde se investiční funkce mění z konvexní na konkávní a úsporová funkce z konkávní na konvexní.



Obr. 3.11 – Tvar křivky IS

8 Při záporných hodnotách parametru h by hyperbola ležela ve II. a ve IV. kvadrantu a byla by rostoucí.

Křivka IS je množina bodů – uspořádaných dvojic [*Y, R*], které představují rovnováhu na trhu zboží, tzn. rovnost investic a úspor. Rovnováha na trhu zboží je dána jako v každé jiné ekonomické oblasti rovností nabídky a poptávky a toto je také jeden z nejzákladnějších ekonomických principů. V našem případě se tedy jedná o rovnost agregátní poptávky a agregátní nabídky. Agregátní poptávka je v dvousektorové ekonomice součtem investic, které reprezentují sektor firem, a spotřeby, která reprezentuje sektor domácností. Jak už bylo řečeno dříve, spotřeba a úspory spolu úzce souvisí. Úspory jsou celkový agregátní důchod po odečtení spotřeby. Agregátní nabídka je dána celkovým agregátním důchodem. Pokud tedy porovnáme agregátní poptávku s agregátní nabídkou, získáme právě rovnost investic a úspor. Křivka IS nám dává ke každé výši agregátního důchodu určitou úroveň úrokové míry takové, aby byla zachována rovnováha na trhu zboží. V ideálním případě, kdy fungují tržní mechanismy, by se při změně úrovně agregátního důchodu měla změnit úroková míra tak, abychom zůstali na křivce IS, tedy aby byla zachována rovnost nabídky a poptávky, respektive investic a úspor.

Body *K*, *L* a *P* (viz obrázek 3.11), kdy je výše úrokové míry nulová, odpovídají situaci, kdy se celkové investice rovnají celkovým úsporám pouze v závislosti na agregátním důchodu, tedy $I(Y) = S(Y)$.

Nalevo od bodu *K* (viz obrázek 3.11) celkové investice převažují celkové úspory v závislosti na agregátním důchodu, tedy $I(Y) > S(Y)$. Proto musí být úroková míra kladná, aby celkové úspory převažovaly nad celkovými investicemi pouze v závislosti na úrokové míře, tedy aby $S(R) > I(R)$. Tímto se zachová rovnováha na trhu zboží. Se zvětšujícím se důchodem se převaha investic nad úsporami ovlivněná pouze důchodem postupně zmenšuje až k bodu *K*. Úroková míra se zvětšujícím se agregátním důchodem také klesá, aby klesal i rozdíl v úsporách a investicích v závislosti právě na úrokové míře až k bodu *K*. Rozdíly mezi investicemi a úsporami v závislosti na důchodu a úrokové míře se musí rovnat pro všechny výše důchodu nalevo od bodu *K*, tedy $I(Y) – S(Y) = S(R) – I(R)$, aby rovnováha na trhu zboží byla zachována. Sklon k úsporám je větší než sklon k investicím, tedy $S_Y > I_Y$, v celé oblasti až po bod *K*.

Mezi body *K* a *L* (viz obrázek 3.11) naopak celkové úspory převyšují celkové investice v závislosti pouze na agregátním důchodu, tedy $I(Y) < S(Y)$. Proto musí být úroková míra záporná, aby celkové investice převažovaly nad celkovými úspory pouze v závislosti na úrokové míře, tedy $S(R) < I(R)$. Tímto se zachovává rovnováha na trhu statků a služeb. Převaha úspor nad investicemi v závislosti na agregátním důchodu se zvětšuje až po úroveň agregátního důchodu *M*, kde je stejný sklon k úsporám jako k investicím. Po bod *M* byl sklon k úsporám větší než k investicím, tedy $S_Y > I_Y$, a od tohoto bodu je to přesně naopak, tedy $I_Y > S_Y$. Od bodu *M* k bodu *L* celkové úspory převyšují celkové investice v závislosti na důchodu stále méně a méně, až v bodě *L* se investice vyrovnají s úspory v závislosti na důchodu. Úroková míra nejprve se zvyšující se úrovní agregátního důchodu klesá až k bodu *M*, kde začne opět stoupat dále k bodu *L*. Pro výši agregátního důchodu *L* je opět nulová. Tyto výkyvy úrokové míry pro zvětšující se důchod zachovávají rovnováhu na trhu zboží. Díky těmto změnám úrokové míry se rozdíly v investicích a úsporách v závislosti na důchodu a úrokové míře rovnají, tedy $S(Y) – I(Y) = I(R) – S(R)$.

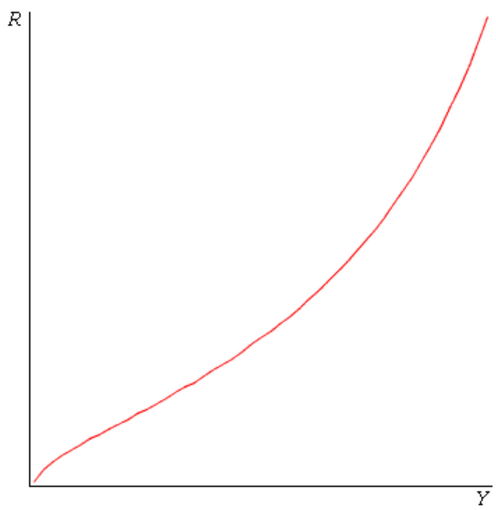
V oblasti od bodu *L* po *P* (viz obrázek 3.11) opět celkové investice převyšují celkové úspory pouze v závislosti na agregátním důchodu, $I(Y) > S(Y)$. Proto musí být úroková míra kladná, aby celkové úspory převažovaly nad celkovými investicemi pouze v závislosti na úrokové míře, tedy $S(R) > I(R)$. Tímto se zachovává rovnováha na trhu zboží. Převaha celkových investic nad celkovými úspory v závislosti na agregátním důchodu se zvětšuje až po úroveň agregátního důchodu *N*, kde je stejný sklon k investicím jako k úsporám. Po bod *N* byl sklon k investicím větší než sklon k úsporám, tedy $I_Y > S_Y$, a od tohoto bodu je to přesně naopak, tedy $S_Y > I_Y$. Od bodu *N* k bodu *P* celkové investice převyšují celkové úspory v závislosti na důchodu stále méně a méně, až v bodě *P* se úspory vyrovnají s investicemi v závislosti na důchodu. Úroková míra nejprve se zvyšující se úrovní agregátního důchodu roste až k bodu *N*, kde začne opět klesat dále k bodu *P*. Pro výši agregátního důchodu *P* je opět nulová. Tyto výkyvy úrokové míry se zvyšujícím se agregátním důchodem zachovávají rovnováhu na trhu zboží. Díky těmto změnám úrokové míry se rozdíly v investicích a úsporách v závislosti na agregátním důchodu a na úrokové míře rovnají, tedy $I(Y) – S(Y) = S(R) – I(R)$.

Pro úroveň agregátního důchodu větší než *P* celkové úspory převyšují celkové investice v závislosti na agregátním důchodu stále více a více, tedy $S(Y) > I(Y)$. Proto je úroková míra záporná, aby $I(R) > S(R)$, a se zvyšujícím se důchodem stále klesá, aby $S(Y) – I(Y) = I(R) – S(R)$. Tímto se zachovává rovnováha na trhu statků a služeb. Sklon k úsporám převyšuje sklon k investicím, tedy $S_Y > I_Y$. Sklon k úsporám roste „nade všechny meze“ a sklon k investicím se blíží k nule.

Na tomto místě bych chtěla podotknout, že v celém modelu uvažujeme kladnou úrokovou míru. Uvedené výkyvy úrokové míry můžeme brát jako čistě hypotetické, neboť v celém modelu IS-LM jde o rovnováhu současně na trhu zboží a současně na trhu peněz, tedy o průsečíky křivek IS a LM. Ze samé podstaty křivky LM, která je dána grafem funkce ze vztahu (2.13), vyplývá, že celkové rovnovážné body mohou být pouze pro kladnou úrokovou míru, viz poznámka 2.2.

Také bych chtěla poznamenat, že na celý mechanismus by se možná dalo dívat i z pohledu měnící se úrokové míry a v důsledku toho následně se měnícího agregátního důchodu. Tento mechanismus by fungoval přesně obráceně, než jak je popsáno v předchozích odstavcích. Pak by se ovšem jednalo o jakýsi „převrácený“ - nebo možná lépe řečeno - „inverzní“ model IS-LM. Na obrázku 3.11 je zobrazena křivka IS jako závislost úrokové míry *R* na agregátním důchodu *Y*. Při „převrácení“ závislosti by předpis udávající „inverzní“ křivku IS vůbec neudával předpis funkce[9]. Takto bychom dále nemohli s křivkou IS pracovat jako s grafem funkce.

Křivka LM je dána funkcí poptávky po penězích a konstantou představující nabídku peněz. Při splnění podmínek kladených na tuto funkci poptávky po penězích vyskytující se v modelu má křivka LM tvar znázorněný na následujícím obrázku 3.12. Tento tvar je dán grafem funkce z předpisu (2.13).



Obr. 3.12 – Tvar křivky LM

Křivka LM je množina bodů – uspořádaných dvojic [*Y*, *R*], které představují rovnováhu na trhu peněz, tzn. rovnost poptávky po penězích a nabídky peněz. Rovnováha na trhu peněz je

9 Původní funkce udávající křivku IS není injektivní (prostá), proto k této funkci neexistuje funkce inverzní.

dána standardním principem v ekonomii, tedy rovností nabídky a poptávky. Křivka LM nám dává ke každé výši agregátního důchodu určitou úroveň úrokové míry takové, aby byla zachována rovnováha na trhu peněz. V ideálním případě, kdy fungují tržní mechanismy, by se při změně úrovně agregátního důchodu měla změnit úroková míra tak, abychom zůstali na křivce LM, tedy aby byla zachována rovnost nabídky peněz a poptávky po penězích.

Křivka LM roste až k bodu pro úroveň agregátního důchodu $Y = e^{\frac{M_S}{k}} - 1$, ve kterém je asymptota. V takovém hypotetickém množství agregátního důchodu by úroková míra měla nekonečnou velikost. Taková nekonečná hodnota úrokové míry je naprosto nereálná a nemůže nikdy nastat. V naprosto krajním případě ekonomiky může nastat, že by úroková míra byla obrovská a to by vzniklo podle tohoto modelu pro úroveň agregátního důchodu velmi blízkou uvažované úrovni (pro o něco málo menší úroveň). Z tohoto důvodu považujeme tuto uvažovanou úroveň agregátního důchodu za ekonomicky nesmyslnou, bez ekonomické interpretace a bez reálné možnosti vzniku této situace.

Ekonomické pozadí odpovídá chování transakční a spekulativní poptávky po penězích a výši pevně daného nominálního množství peněz v ekonomice – M_S.

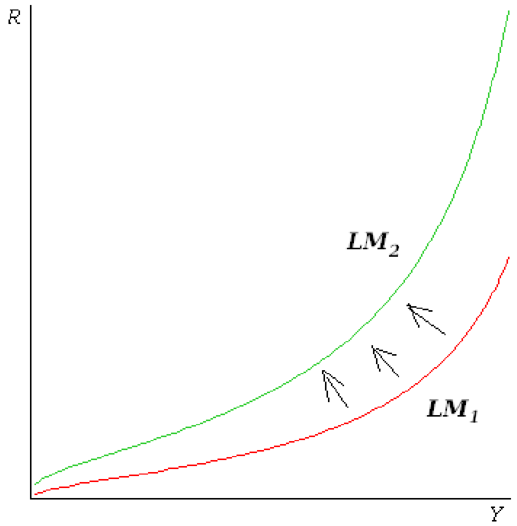
Se zvětšujícím se množstvím nominálních peněz v ekonomice se asymptota, tedy dané množství agregátního důchodu, které nemá smysl, posunuje směrem doprava, tedy křivka LM je více „roztáhnutá“ do šířky a méně strmá. Naopak se zmenšující se nabídkou peněz se asymptota posouvá směrem doleva, tedy křivka LM je „strmější“, méně „roztáhnutá“ do šířky. Uvažujeme všechny parametry, tedy parametr *k* a *h*, jako pevné.

Pokud vezmeme jako pevné nominální množství peněz M_S a parametr citlivosti spekulativní poptávky po penězích *h*, pak při zvětšení parametru citlivosti transakční poptávky po penězích *k* se posune úroveň agregátního důchodu, který nemá smysl, doleva, tedy křivka LM je „strmější“, méně „roztáhnutá“ do šířky. Naopak při zmenšení parametru *k* se posune asymptota doprava, tedy křivka LM je více „roztáhnutá“ do šířky a méně strmá.

Ze samotné podstaty funkce pro křivku LM dané vztahem (2.13) vyplývá, že parametr citlivosti spekulativní poptávky po penězích *h* ovlivňuje zakřivení křivky LM a její posun nahoru nebo dolů. Nyní uvažujeme jako pevné nominální množství peněz v ekonomice, tedy nabídku peněz M_S, a rovněž parametr citlivosti transakční poptávky po penězích *k*.

Vliv změny parametru *h* na křivku LM:

- když se parametr *h* zvětší, křivka LM se posune směrem doleva nahoru:



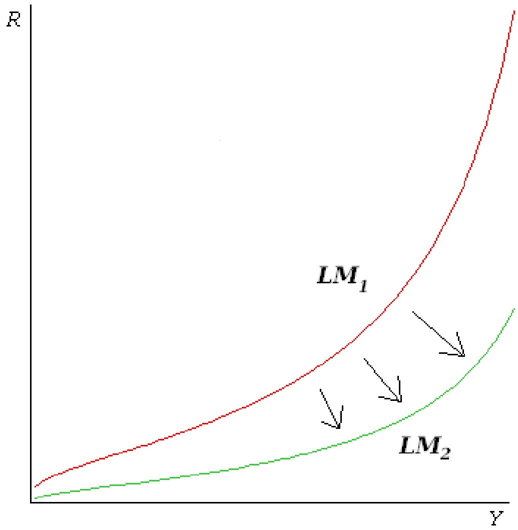
h_1.......parametr funkce příslušící ke křivce LM_1

h_2.......parametr funkce příslušící ke křivce LM_2

$h_1 < h_2$

Obr. 3.13 – Zobrazení posunu křivky LM při zvětšení parametru h

- když se parametr *h* zmenší, křivka LM se posune směrem doprava dolů:



h_1.......parametr funkce příslušící ke křivce LM_1

h_2.......parametr funkce příslušící ke křivce LM_2

$h_1 > h_2$

Obr. 3.14 – Zobrazení posunu křivky LM při zmenšení parametru h

Hodnoty parametrů a konstant vstupující do modelu IS-LM se speciálními funkcemi ovlivní křivku IS i křivku LM. Tvar křivky IS bude odpovídat obrázku 3.11, ale křivka může být některým směrem posunutá, dále více nebo méně „zploštělá“, více „roztáhnutá“ do šířky, nebo právě naopak méně „roztáhnutá“ do šířky. Tvar křivky LM bude odpovídat obrázku 3.12, ale tato křivka také může být - obdobně jako křivka IS - posunutá, více či méně „zploštělá“ nebo „roztáhnutá“. Kombinace nastavení uvažovaných parametrů ovlivňuje počet rovnovážných (singulárních, stacionárních) bodů. Dle podmínek (2.17) a (2.18) aspoň jeden rovnovážný bod existuje v oblasti, kde jsou uvažované funkce definovány, viz poznámka 2.2.

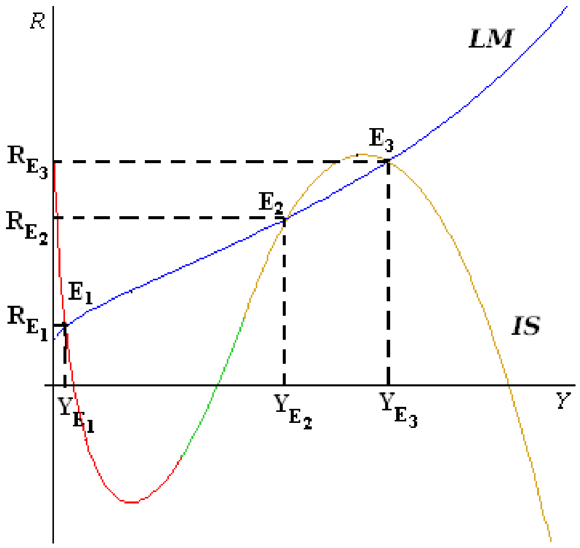
3.2.2 Interpretace rovnovážných bodů

Nejdůležitější informací, kterou nám statický model poskytuje, jsou rovnovážné body, tedy body statické rovnováhy modelu IS-LM se speciálními funkcemi v jednom určitém zkoumaném časovém okamžiku.

Tyto rovnovážné body nám udávají rovnovážnou úroveň agregátního důchodu a rovnovážnou hodnotu úrokové míry, kdy nastává rovnováha současně na trhu zboží a současně na trhu peněz, tedy současně se rovnají investice s úsporami a současně se rovná nabídka peněz a poptávka po penězích. Vláda využitím mixu fiskální a monetární politiky může tyto rovnovážné úrovně ovlivňovat podle potřeb státu.

Rovnovážné body ve statickém modelu IS-LM se speciálními funkcemi mohou být právě jeden, dva nebo tři. To, že existuje alespoň jeden rovnovážný bod, zaručují podmínky (2.17) a (2.18). Z tvarů křivek IS a LM vyplývá, že nemohou nastat více než tři stacionární body.

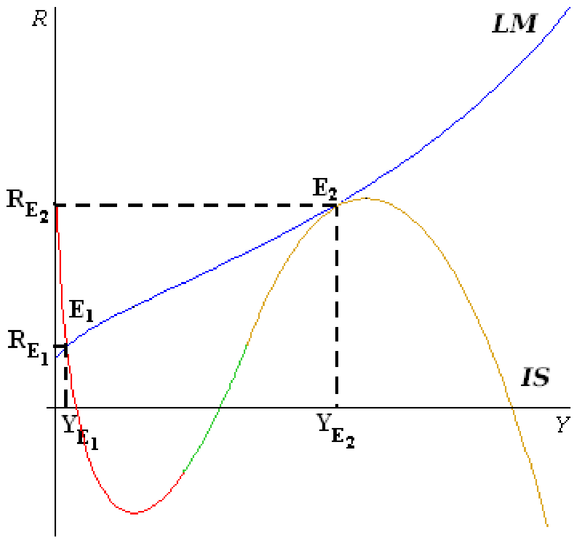
Situace se třemi rovnovážnými body je zobrazena na následujícím obrázku 3.15.



Obr. 3.15 – Zobrazení situace se třemi rovnovážnými body

Rovnovážné body jsou označeny E_1, E_2 a E_3. Příslušná množství rovnovážného agregátního důchodu jsou Y_{E_1}, Y_{E_2} a Y_{E_3} a příslušné rovnovážné hodnoty úrokové míry jsou R_{E_1}, R_{E_2} a R_{E_3}. Jak je zřejmé z obrázku 3.15, platí Y_{E_1}, $< Y_{E_2} < Y_{E_3}$ a $R_{E_1} < R_{E_2} < R_{E_3}$. Tedy pro malé hodnoty agregátního důchodu nastává rovnovážný bod E_1, pro středně velkou úroveň agregátního důchodu nastává stacionární bod E_2 a pro velké hodnoty agregátního důchodu nastává rovnovážný bod E_3. Nebo se na situaci můžeme dívat z pohledu úrokové míry, a tedy pro malé hodnoty úrokové míry nastává stacionární bod E_1, pro středně velké hodnoty úrokové míry rovnovážný bod E_2 a pro velké hodnoty úrokové míry stacionární bod E_3.

Dále se budeme zabývat situací, kdy se vyskytují dva rovnovážné body, která je znázorněna na obrázku (3.16).



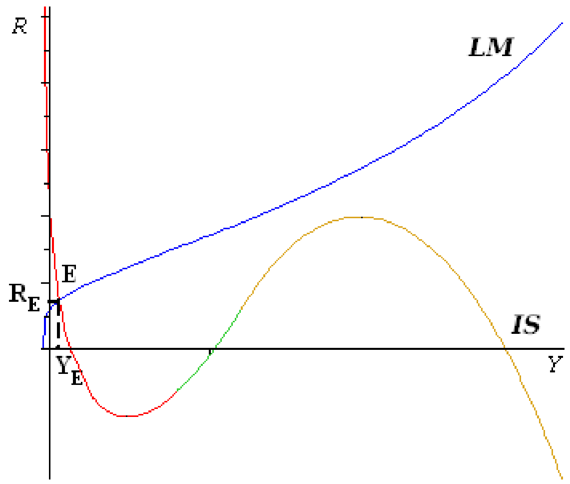
Obr. 3.16 – Zobrazení situace se dvěma rovnovážnými body

Rovnovážné body jsou označeny E_1 a E_2. Příslušné množství rovnovážného agregátního důchodu je Y_{E_1} a Y_{E_2} a příslušné rovnovážné hodnoty úrokové míry jsou R_{E_1} a R_{E_2}. Jak je patrné z obrázku 3.16, platí $Y_{E_1}, < Y_{E_2}$ a $R_{E_1} < R_{E_2}$. To znamená, že pro malé hodnoty agregátního důchodu existuje rovnovážný bod E_1 a pro větší úrovně agregátního důchodu nastává stacionární bod E_2. Kdybychom zkoumali úrokovou míru, můžeme říct, že pro malé hodnoty úrokové míry vyvstává rovnovážný bod E_1 a pro větší hodnoty úrokové míry je rovnovážným bodem bod E_2.

V bodě E_2 mají křivky IS a LM stejnou tečnu, tedy stejný sklon. Z charakteru křivek vyplývá, že pokud má model IS-LM právě dva rovnovážné body, pak je druhý rovnovážný bod E_2 pro větší hodnoty agregátního důchodu a úrokové míry takový, že křivky IS a LM mají v tomto bodě stejný sklon. Tento fakt má význam při zkoumání stability tohoto bodu, viz následující kapitola 3.3.

V případě, kdy má model IS-LM se speciálními funkcemi pouze jeden rovnovážný bod, je situace trochu složitější.

Tento případ nastane, když jsou parametry a konstanty modelu nastaveny tak, že křivka LM je více „posunuta“ nahoru než v předcházejících dvou případech (tři a dva stacionární body). Jediný rovnovážný bod se potom vyskytuje pro velmi malé hodnoty agregátního důchodu a úrokové míry. Za tímto rovnovážným bodem je už křivka LM nad křivkou IS pro všechny další úrovně agregátního důchodu a hodnoty úrokové míry.



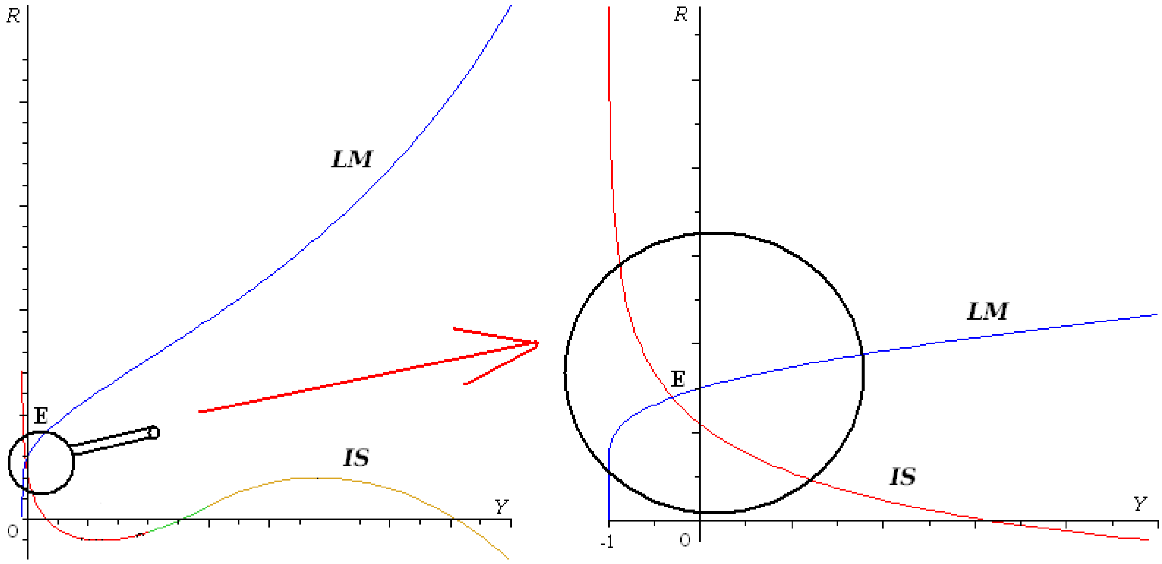
Obr. 3.17 - Zobrazení situace s jedním ekonomicky významným rovnovážným bodem

Na obrázku 3.17 je znázorněn jediný rovnovážný bod modelu. Tento bod leží v oblasti kladné úrokové míry a kladného agregátního důchodu, což odpovídá našim předpokladům[10]. Proto jsme ho pojmenovali jako ekonomicky významný rovnovážný bod. Tento bod je na obrázku 3.17 označen písmenem *E*. Příslušná úroveň agregátního důchodu je Y_E a příslušná hodnota úrokové míry je R_E. Tento rovnovážný bod vyvstává pro velmi malé hodnoty agregátního důchodu a také úrokové míry.

Čistě teoreticky se ovšem může stát, že tento jediný rovnovážný bod leží v oblasti pro zápornou úroveň agregátního důchodu, přesněji pro $Y \in (-1, 0)$, což je z ekonomického hlediska nesmyslný kořen. Na obrázku 3.18 je označen písmenem *E*. Vzniká problém modelování, že jediný rovnovážný bod, který máme, je ekonomický nevýznamný. Tuto situaci je možno vyřešit vhodným nastavením parametrů a konstant vstupujících do modelu, například zmenšením parametru citlivosti spekulativní poptávky po penězích *h*, čímž se

10 V modelu IS-LM se speciálními funkcemi předpokládáme nezáporný agregátní důchod a kladnou úrokovou míru (tedy pracujeme s nominální úrokovou mírou).

posune křivka LM směrem doprava dolů.



Obr. 3.18 - Zobrazení situace s jedním ekonomicky nevýznamným rovnovážným bodem

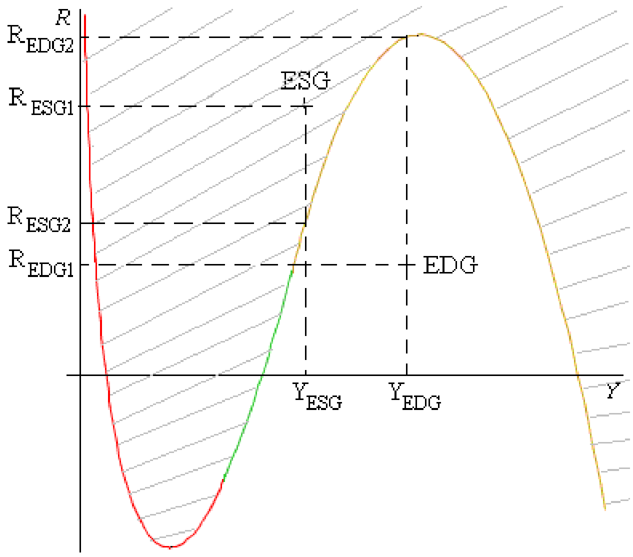
Takovýto rovnovážný bod může vzniknout i v předchozích dvou případech se dvěma nebo třemi rovnovážnými body. Vždy se bude jednat o rovnovážný bod pro velmi malou úroveň agregátního důchodu a rovněž pro malou hodnotu úrokové míry, tedy pro rovnovážné body označené jako E_1, viz obrázky 3.15 a 3.16. Protože v těchto dvou případech máme ještě další stacionární body, tak tento ekonomický nezajímavý bod do modelu jednoduše nezahrnujeme a dále pracujeme s rovnovážnými body pro větší hodnoty agregátního důchodu a úrokové míry.

V této chvíli bych chtěla připomenout fakt, že nemůže nastat situace, kdy by rovnovážný bod nastal pro zápornou úrokovou míru, což vyplývá z průběhu funkce udávající křivku LM představující rovnováhu na trhu peněz.

Z matematického hlediska se tímto problémem podrobněji zabývá poznámka 2.2 z kapitoly 2.2.3.

3.2.3 Význam bodů ležících mimo křivky IS a LM

Body ležící na křivce IS představují body rovnováhy na trhu statků a služeb, oproti tomu body ležící mimo křivku IS (nad nebo pod ní) jsou body nerovnovážné. Jedná se o situaci, kdy agregátní nabídka na tomto trhu převyšuje agregátní poptávku, nebo naopak o situaci, kdy agregátní poptávka převyšuje agregátní nabídku.



Obr. 3.19 – Body ležící mimo křivku IS

Body označené na obrázku 3.19 *ESG* a *EDG* leží mimo křivku IS, jedná se tedy o body z nějakého důvodu nerovnovážné.

Bod *ESG* leží nad křivkou IS. Aby pro úroveň agregátního důchodu Y_{ESG} byl trh zboží v rovnováze (bod by ležel na křivce IS), musela by být hodnota úrokové míry R_{ESG2}. Ale úroková míra příslušející bodu *ESG* je R_{ESG1}. Z obrázku 3.19 lze vypozorovat, že hodnota úrokové míry nerovnovážného bodu *ESG* je mnohem větší, než by byla při rovnováze. V takovém případě, kdy je skutečná úroková míra vyšší než úroková míra při rovnováze, dochází k situaci, že úroveň investic je nižší než jejich úroveň potřebná k dosažení a udržování rovnovážného stavu na trhu statků a služeb. Tato vyšší úroková míra než je rovnovážná úroková míra „povzbuzuje" a zvyšuje poptávku po úsporách na úkor spotřeby. Tzn., že ekonomické subjekty dávají přednost úsporám (popř. nakupují ostatní finanční aktiva) před spotřebou statků a služeb. Z toho vyplývá, že určité množství vyrobené produkce nikdo nekoupí, tedy nenajde se pro něj odbyt. Říkáme, že nastal tzv. *převis nabídky zboží a služeb – excess supply of goods (ESG)*, proto je tento bod také pojmenován v našem obrázku 3.19 názorně jako *ESG*.

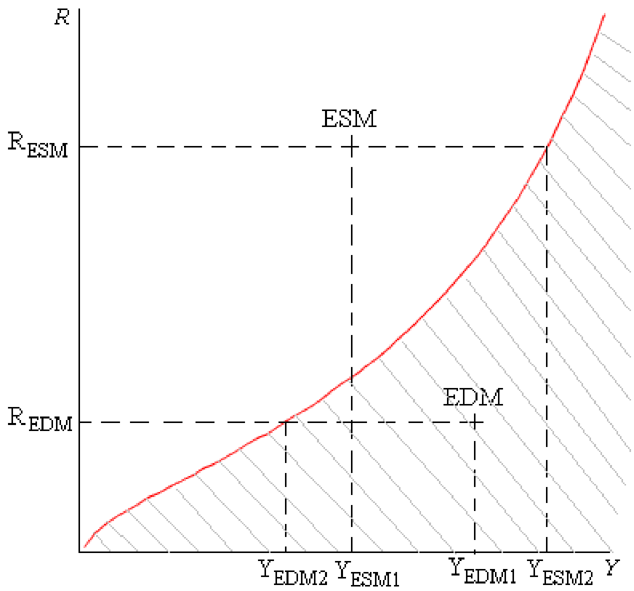
Všechny body ve „vyšrafované“ oblasti (tedy nad křivkou IS) na obrázku 3.19, mají stejný charakter jako reprezentativní bod *ESG*, tzn. že skutečná úroková míra převyšuje rovnovážnou a vzniká převis nabídky na trhu statků a služeb.

Bod *EDG* leží pod křivkou IS. Aby pro úroveň agregátního důchodu Y_{EDG} byl trhu zboží v rovnováze (bod by ležel na křivce IS), musela by být hodnota úrokové míry R_{EDG2}. Ale úroková míra příslušející bodu *EDG* je R_{EDG1}. Z obrázku 3.19 je zřejmé, že hodnota úrokové míry nerovnovážného bodu *EDG* je mnohem menší, než by byla při rovnováze. V takovém případě, kdy je skutečná úroková míra nižší než úroková míra při rovnováze, dochází k situaci, že úroveň investic je vyšší než jejich úroveň potřebná k dosažení a udržování rovnovážného stavu na trhu statků a služeb. Tato nižší úroková míra než je rovnovážná úroková míra povzbuzuje poptávku po investicích, která je poměrně vysoká. Ekonomické subjekty nedrží úspory (popř. ostatní finanční aktiva), nemají motivaci k takovému držení v podobě vysoké úrokové míry. Naopak je vhodná situace k větší spotřebě. Z toho vyplývá, že množství vyrobené produkce je nedostatečné k tomu, aby pokrylo poptávku po tomto produktu, tedy aby byla uspokojena potřeba větší spotřeby. Říkáme, že nastal tzv. *převis poptávky po zboží a službách – excess demand for goods (EDG)*, proto je tento bod také pojmenován v našem obrázku 3.19 názorně jako *EDG*.

Všechny body v „nevyšrafované“ oblasti (tedy pod křivkou IS) na obrázku 3.19, mají stejný charakter jako reprezentativní bod *EDG*, tzn. že skutečná úroková míra je nižší než rovnovážná a vzniká převis poptávky na trhu statků a služeb.

Body ležící na křivce LM představují body rovnováhy na peněžním trhu, oproti tomu body ležící mimo křivku LM (nad nebo pod ní) jsou body nerovnovážné. Jedná se o situaci, kdy nabídka peněz převyšuje poptávku po penězích, nebo naopak o situaci, kdy poptávka po penězích převyšuje nabídku peněz.

Na následujícím obrázku 3.20 je zobrazena křivka LM jako množina rovnovážných bodů na trhu peněz a také reprezentativní nerovnovážné body označené písmeny *ESM* a *EDM*, které leží mimo křivku LM.



Obr. 3.20 – Body ležící mimo křivku LM

Bod *ESM* leží nad křivkou LM. Pro hodnotu úrokové míry R_{ESM} by měla být úroveň agregátního důchodu Y_{ESM2}, aby byl peněžní trh v rovnováze. Ale skutečná úroveň agregátního důchodu v bodě *ESM* je mnohem nižší a to Y_{ESM1}, jak je vidět z obrázku 3.20. Nízká úroveň agregátního důchodu způsobuje i nízkou úroveň transakční poptávky po penězích, tedy nižší úroveň transakční poptávky než je rovnovážná úroveň. Kdyby u hodnoty úrokové míry R_{ESM} byla úroveň agregátního důchodu rovnovážná, tedy Y_{ESM2}, byla by nízká úroveň transakční poptávky vykompenzováním vyšší úrovní spekulativní poptávky po penězích při pevně dané nabídce peněz, tedy při pevně daném množství peněz v oběhu. Z nízké úrovně transakční poptávky po penězích vyplývá, že v bodě *ESM* převažuje nabídka peněz nad poptávkou po penězích, část peněz nemá svůj odbyt, a vzniká tzv. *převis nabídky peněz – excess supply of money (ESM)*, proto je tento bod také pojmenován v našem obrázku 3.20 názorně jako *ESM*.

Všechny body v „nevyšrafované“ oblasti (tedy nad křivkou LM) na obrázku 3.20, mají stejný charakter jako reprezentativní bod *ESM*, tzn. že skutečná úroveň agregátního důchodu je nižší než rovnovážná a vzniká převis nabídky na peněžním trhu.

Bod *EDM* leží pod křivkou LM. Aby trh peněz byl v rovnovážném stavu, měla by být pro hodnotu úrokové míry R_{EDM} úroveň agregátního důchodu Y_{EDM2}. Ale úroveň agregátního důchodu je Y_{EDM1}. Z obrázku 3.20 lze jasně vidět, že skutečná úroveň agregátního důchodu je mnohem větší než úroveň rovnovážná. Úroveň transakční poptávky po penězích je vysoká, vyšší než rovnovážná úroveň této poptávky, což je způsobeno vysokou úrovní agregátního důchodu. Kdyby u hodnoty úrokové míry R_{EDM} byla úroveň agregátního důchodu rovnovážná, tedy Y_{EDM2}, byla by vysoká úroveň transakční poptávky vykompenzováním nižší úrovní spekulativní poptávky po penězích při pevně dané nabídce peněz, tedy při pevně daném množství peněz v oběhu. Z vysoké úrovně transakční poptávky po penězích plyne, že nabídka peněz dostatečně neuspokojuje poptávku po penězích a vzniká tzv. *převis poptávky po penězích – excess demand for money (EDM)*, proto je tento bod také pojmenován v našem obrázku 3.20 názorně jako *EDM*.

Všechny body ve „vyšrafované“ oblasti (tedy pod křivkou LM) na obrázku 3.20 mají stejný charakter jako reprezentativní bod *EDM*, tzn. že skutečná úroveň agregátního důchodu je zde vyšší než rovnovážná a vzniká převis poptávky na peněžním trhu.

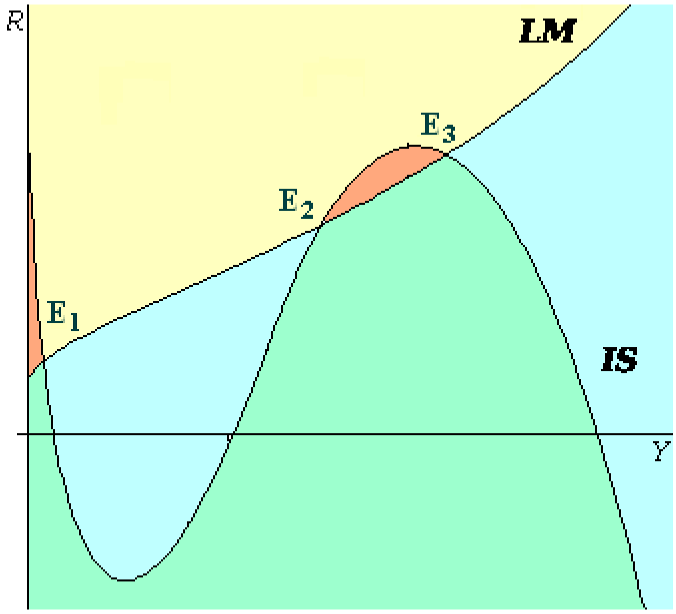
Jak již bylo řečeno v předcházející kapitole, rovnovážné body v modelu IS-LM se speciálními funkcemi mohou být jeden až tři. Body, které nejsou rovnovážnými v tomto modelu, jsou nerovnovážné ze čtyř možných důvodů:

- převis nabídky na trhu zboží a zároveň převis nabídky na trhu peněz,
- převis poptávky na trhu zboží a zároveň převis poptávky na trhu peněz,
- převis nabídky na trhu zboří a zároveň převis poptávky na trhu peněz,
- převis poptávky na trhu zboží a zároveň převis nabídky na trhu peněz.

Na následujících třech obrázcích jsou znázorněny tyto čtyři možnosti nerovnovážných bodů pro jeden, dva a tři rovnovážné body. Legenda k těmto obrázkům se nachází v tabulce 3.1.

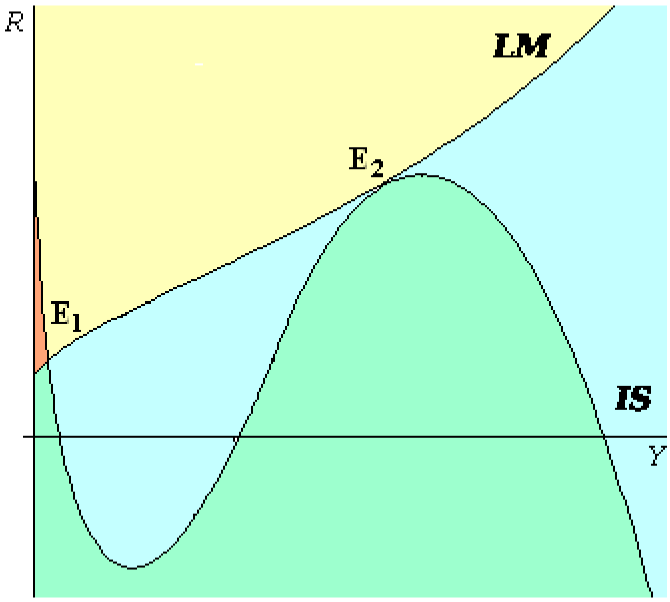
<table>
<tr><td>TRHY</td><td colspan="2"></td><td colspan="2">TRH STATKŮ A SLUŽEB</td></tr>
<tr><td rowspan="2"></td><td>PŘEVISY</td><td></td><td>Převis nabídky (ESG)</td><td>Převis poptávky (EDG)</td></tr>
<tr><td></td><td>POLOHA BODŮ</td><td>nad křivkou IS</td><td>pod křivkou IS</td></tr>
<tr><td rowspan="2">TRH PENĚZ</td><td>Převis nabídky (ESM)</td><td>nad křivkou LM</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Převis poptávky (EDM)</td><td>pod křivkou LM</td><td></td><td></td></tr>
</table>

Tab. 3.1 – Legenda k nerovnovážným bodům



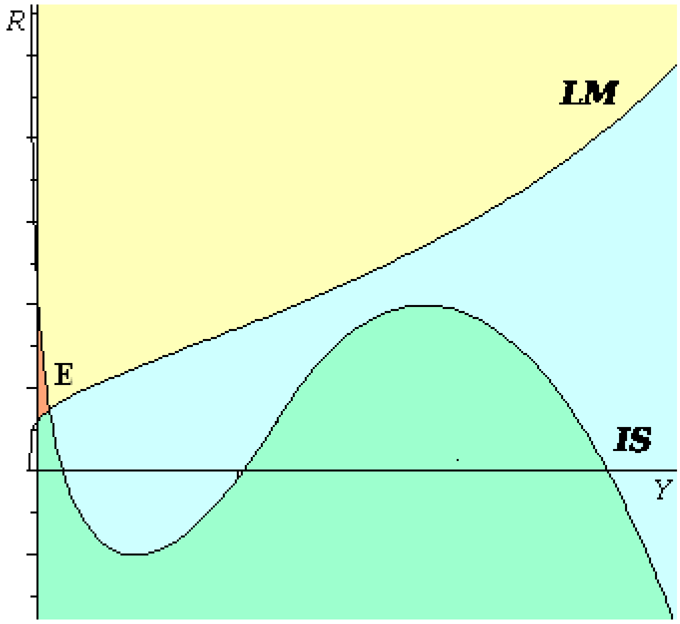
Obr.3.21 – Nerovnovážné body v situaci tři rovnovážných bodů

Rovnovážné body jsou tři – E_1, E_2 a E_3. Ostatní body v barevných plochách na obrázku 3.21 jsou nerovnovážné z důvodu uvedených v tabulce 3.1.



Obr.3.22 – Nerovnovážné body v situaci dvou rovnovážných bodů

Rovnovážné body jsou dva – E_1 a E_2. Ostatní body v barevných plochách na obrázku 3.22 jsou nerovnovážné z důvodu uvedených v tabulce 3.1.



Obr.3.23 – Nerovnovážné body v situaci jednoho významného rovnovážného bodu

Rovnovážný bod je jeden – *E*. Ostatní body v barevných plochách na obrázku 3.23 jsou nerovnovážné z důvodu uvedených v tabulce 3.1.

3.3 Ekonomická interpretace stability dynamického modelu

Tato kapitola obsahuje vysvětlení významu dynamického modelu jako takového a vysvětlení ekonomické podstaty singulárních bodů dynamického modelu. Singulární body v dynamickém modelu odpovídají rovnovážným bodům ve statickém modelu. Rozdíl oproti rovnovážným bodům spočívá v tom, že u singulárních bodů můžeme určit, jak se ekonomika chová v čase, tedy, zda těchto bodů v budoucím vývoji dosáhne, či nikoliv.

3.3.1 Význam dynamického modelu

Z matematického hlediska lze říct, že základní rozdíl mezi dynamickým a statickým modelem IS-LM je ten, že základní proměnné vyskytující se ve statickém modelu – agregátní důchod *Y* a úroková míra *R*, se v dynamickém modelu stávají funkcemi času – *Y(t)* a *R(t)*.

Z ekonomického pohledu je třeba chápat agregátní důchod a úrokovou míru jako ekonomické veličiny, které jsou závislé na čase, což je také v reálných hospodářstvích pravdou. Agregátní důchod i úroková míra se s časem mění. Stačí se například podívat na statistiky vývoje úrokových měr za posledních několik let, udávané Českou národní bankou nebo jinými institucemi.

Statický model IS-LM se speciálními funkcemi modeluje rovnováhu současně na trzích zboží a peněz (resp. finančních aktiv) ovšem v jednom časovém okamžiku. Kdežto model dynamický modeluje tuto rovnováhu v každém dalším časovém okamžiku. Zde má potom smysl hovořit o stabilitě modelu, celkové rovnováhy, nebo o stabilitě rovnovážných (singulárních, stacionárních) bodů. Protože nejdůležitější informací, kterou nám dává model IS-LM, jsou právě rovnovážné body (tedy úrovně agregátního důchodu a hodnoty úrokové míry, kdy je rovnováha současně na uvedených trzích) jde o to namodelovat, zda jsou rovnovážné body při změně času stabilní či nestabilní.

Je potřeba poznamenat, že přeměnou základních proměnných modelu – agregátního důchodu Y a úrokové míry R ve funkce času – $Y(t)$ a $R(t)$ vzniká i nepřímá implicitní závislost investic, úspor a poptávky po penězích na čase. Což zřejmě také odpovídá ekonomické realitě. Investice, úspory a poptávka po penězích se rovněž s časem mění.

Pro popis dynamického modelu, tedy modelu měnícího se v čase, je používána matematická teorie autonomních systémů diferenciálních rovnic.

Řešením systému rovnic popisujících statický model je rovnovážný bod udávající rovnovážný agregátní důchod a rovnovážnou úrokovou míru. Řešením systému diferenciálních rovnic popisujících dynamický model není bod, ale funkce $Y(t)$ a $R(t)$. Jinými slovy, zjistíme závislost agregátního důchodu a úrokové míry na čase. Budeme vědět, jak se důchod a úroková míra v modelu chovají při změně času.

Statický model IS-LM se speciálními funkcemi nám odpovídá na otázku, jaká je rovnovážná úroveň důchodu a rovnovážná hodnota úrokové míry při známých (změřených v daným časovém okamžiku) hodnotách parametrů citlivosti investic a úspor na agregátní důchod, citlivosti investic a úspor na úrokovou míru, parametrů citlivosti transakční a spekulativní poptávky po penězích, při známých úrovních autonomních investic a úspor a při známé výši nominálního množství peněz v oběhu. Skutečná úroveň agregátního důchodu a úrokové míry může být v tomto daném okamžiku měření samozřejmě jiná než rovnovážná, přičemž význam těchto nerovnovážných bodů byl vysvětlen v kapitole 3.2.3

Dynamický model nám umožňuje modelovat budoucí vývoj agregátního důchodu a úrokové míry v dalších časových obdobích při stejných (již jednou změřených) citlivostech a úrovních. Navíc je třeba znát hodnoty parametrů určujících dynamiku, které mohou popisovat nějaké předpokládané faktory ovlivňující ekonomiku, například mohou zahrnovat předpokládaný vývoj ekonomiky, předpoklad určité fáze ekonomického cyklu a podobně. Dále je potřeba změřit (v daném okamžiku, kdy měříme ostatní potřebné citlivosti a úrovně) počáteční hodnoty agregátního důchodu a úrokové míry a rovněž je zahrnout do dynamického modelu jako počáteční podmínky. Tyto skutečné hodnoty agregátního důchodu a úrokové míry nemusí být v daném okamžiku rovnovážné. Vyřešením stability daného modelu, nebo lépe řečeno stability řešení modelu (protože řešením dynamického modelu je právě popis vývoje agregátního důchodu a úrokové míry v čase), získáme odpověď na otázku, zda se v budoucnu při stejných hodnotách uvedených citlivostí a úrovní autonomních investic a úspor a při stejné nominální výši peněz ekonomika dostane do rovnovážného stavu a zda v něm i nadále zůstane. Jedná se o situaci bez zásahů vlády prostřednictvím fiskální nebo monetární politiky. Při takovém zásahu vlády by došlo ke změně vstupních hodnot, které by se musely změnit i v daném modelu. Nastal by nový časový okamžik, ve kterém by bylo provedeno nové měření potřebných hodnot, byl by zaveden nový statický model, spočítány nové rovnovážné body a vyhodnocena stabilita nového modelu v čase.

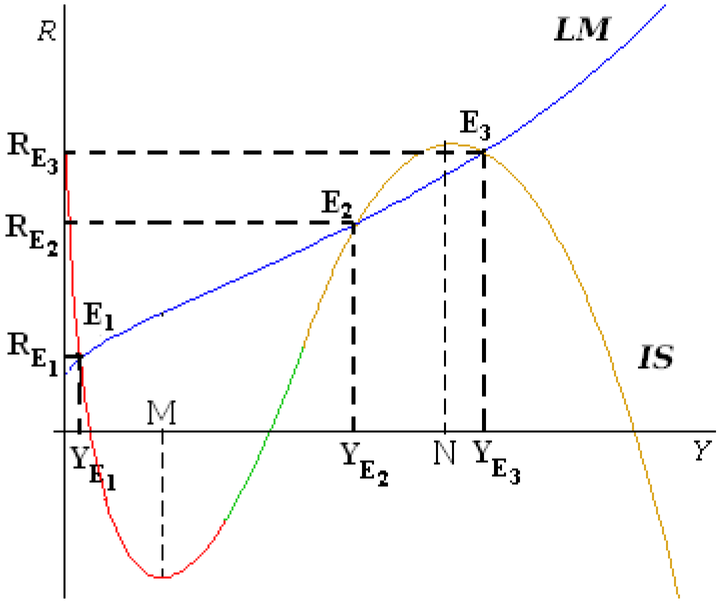
Pomocí modelu IS-LM se speciálními funkcemi získáváme ještě více, neboť model pracuje s obecnými (ne konkrétními) parametry a konstantami, tedy při změření daných hodnot do modelu dosadíme konkrétní hodnoty a získáme požadovaný výsledek. Princip modelu funguje „univerzálně“ pro jakékoliv konkrétní reálné hodnoty, stačí vždy jen dosadit a podle známého postupu získat požadované informace.

Vzhledem k tomu, že funkce vystupující v dynamickém modelu IS-LM se speciálními funkcemi jsou „tvrdě“ nelineární a dosti komplikované, není možno podle „klasických“ metod teorie autonomních systémů diferenciálních rovnic získat konkrétní řešení systému, tedy konkrétní funkce času $Y(t)$ a $R(t)$. Lze však analyzovat stabilitu tohoto „neznámého“ řešení.

Z ekonomického pohledu můžeme říct, že sice pomocí modelu nebudeme znát přesný modelovaný vývoj agregátního důchodu a úrokové míry se změnou času, ale pomocí modelu poznáme, zda současný stav ekonomiky (změřené citlivosti, úrovně a současné stavy úrokové míry a agregátního důchodu) povede k rovnováze současně na trhu statků a služeb a současně na trhu peněz (resp. finančních aktiv) bez zásahu vlády prostřednictvím mixu monetární a fiskální politiky.

3.3.2 Interpretace stability dynamického modelu

Protože rovnovážné body ve statickém modelu odpovídají singulárním bodům v dynamickém modelu, je nutné opět rozlišovat případy jednoho, dvou a tří singulárních bodů.



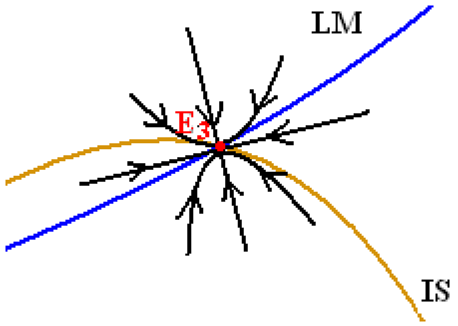
Obr. 3.24 – Znázornění tří singulárních bodů dynamického modelu

Singulární body jako průsečíky křivek IS a LM jsou na obrázku 3.24 označeny písmeny E_1, E_2 a E_3.

Bod E_1 je dle věty 2.5 asymptoticky stabilní, protože leží v oblasti pro $Y \in [0, M]$. Obdobně bod E_3 je dle věty 2.5 asymptoticky stabilní, protože leží v oblasti pro $Y \in [N, \infty)$. Tyto dva body mohou být stabilním uzlem nebo stabilním ohniskem.

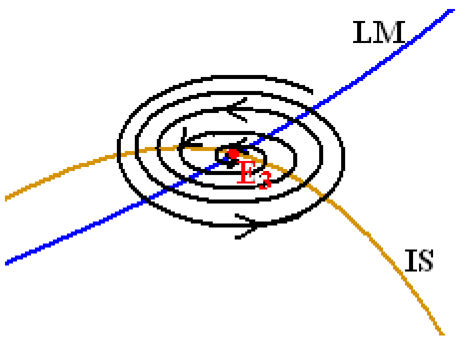
Z hlediska ekonomické interpretace to znamená, že ekonomika v budoucím vývoji těchto dvou singulárních bodů téměř dosáhne (bude se k nim asymptoticky blížit), tedy dosáhne celkové rovnováhy na trhu zboží a peněz (resp. finančních aktiv) současně. Pro malé a velké hodnoty agregátního důchodu a úrokové míry se ekonomika bude s měnícím se časem blížit k rovnovážným bodům. Hodnoty agregátního důchodu a úrokové míry se budou s časem měnit a přibližovat k rovnovážným úrovním, tj. k úrovni důchodu Y_{E_1} a k hodnotě R_{E_1} pro malé hodnoty výstupu a k úrovni Y_{E_3} a k hodnotě R_{E_3} pro velké hodnoty výstupu. Pokud bude ekonomika v situaci, kterou popisuje některý nerovnovážný bod nacházející se okolo singulárních bodů E_1 nebo E_3, bude mít tendenci s měnícím se časem měnit úroveň agregátního důchodu a hodnotu úrokové míry tak, aby se posunovali k těmto singulárním bodům. To, jakým způsobem se budou hodnoty úrokové míry a agregátního důchodu s časem měnit a přibližovat k rovnovážným úrovním, můžeme vyčíst z typu singulárního bodu (stabilní uzel nebo stabilní ohnisko).

Pokud by se jednalo o stabilní uzel, pak se hodnoty důchodu a úrokové míry budou měnit tak, aby se rovnovážné úrovně dosáhlo „relativně“ nejkratší cestou. Tato situace je znázorněná na následujícím obrázku. Pokud je ekonomika v situaci, která odpovídá některému nerovnovážnému bodu, bude se přibližovat k rovnovážným bodům způsobem znázorněným na obrázku 3.25 jako černé trajektorie. Obrázek je ilustrativní pro stacionární bod E_3, obdobně to bude fungovat i pro bod E_1.



Obr. 3.25 – Trajektorie k rovnováze u stabilního uzlu

Pokud by se jednalo o stabilní ohnisko, pak se hodnoty důchodu a úrokové míry budou měnit tak, že budou okolo rovnovážné hodnoty oscilovat a postupně se přibližovat k rovnovážnému bodu. Tato situace je znázorněná na následujícím obrázku. Pokud je ekonomika v situaci, která odpovídá některému nerovnovážnému bodu, bude se přibližovat k rovnovážným bodům způsobem znázorněným na obrázku 3.26 jako černé trajektorie. Obrázek je ilustrativní pro stacionární bod E_3, obdobně to bude fungovat i pro bod E_1.

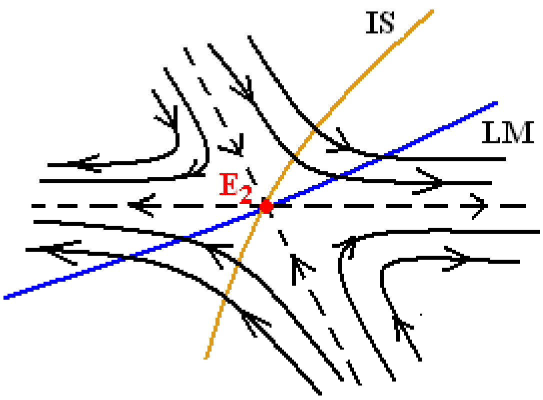


Obr. 3.26 - Trajektorie k rovnováze u stabilního ohniska

Bod E_2 leží v oblasti pro $Y \in (M, N)$ a tedy může být singulárním bodem jakéhokoli typu. Podle ilustrativních příkladů z literatury Kaličinská (2009) a podle logiky věci usuzuji, že by tento bod měl být nestabilním sedlem. Není to však exaktně matematicky dokázáno.

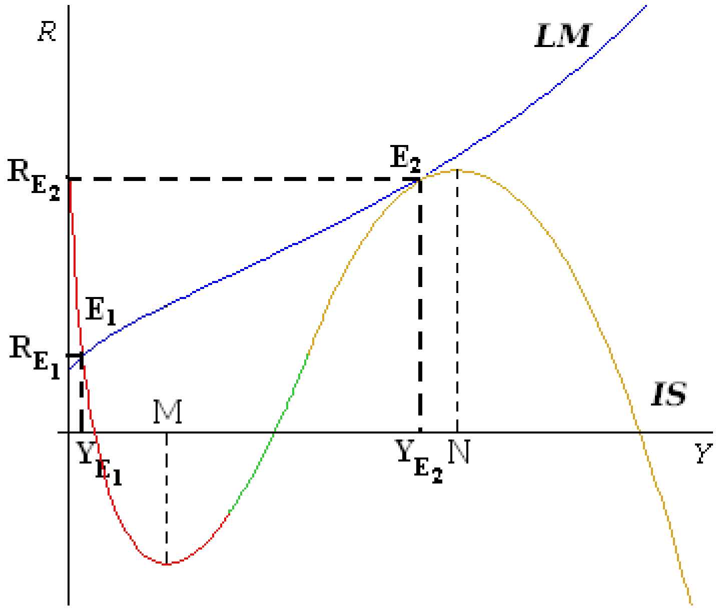
Z ekonomického pohledu můžeme říct, že pro středně velké úrovně agregátního důchodu a úrokové míry ekonomika rovnovážného stavu v budoucím vývoji nedosáhne, tedy nedosáhne rovnovážné úrovně agregátního důchodu Y_{E_2} a rovnovážné úrokové míry R_{E_2}. Rovnováhy lze dosáhnou, buď pouze pro malé, nebo naopak velké hodnoty důchodu (Y_{E_1} a Y_{E_3}) a úrokové míry (R_{E_1} a R_{E_3}). Pokud bude ekonomika v situaci, kterou popisuje některý nerovnovážný bod okolo singulárního bodu E_2, bude mít tendenci s měnícím se časem měnit úroveň agregátního důchodu a hodnotu úrokové míry tak, aby se posunovali směrem k singulárním bodům E_1 nebo E_3 a směrem od singulárního bodu E_2.

Na následujícím obrázku 3.27 je ilustrativně zobrazeno, jakým způsobem se nerovnovážné body mohou posunovat směrem od singulárního bodu E_2. Přerušované čáry jsou tzv. asymptoty, které udávají směr, jakým se budou body posunovat. Obrázek je pouze ilustrativní, přesná podoba závisí na konkrétních hodnotách parametrů a konstant v modelu. Z logiky věci plyne, že ekonomika se v dynamickém pojetí bude měnit tak, aby směřovala k singulárním bodům stabilním a od singulárních bodů nestabilních.



Obr. 3.27 - Trajektorie od singulárního bodu u nestabilního sedla

V situaci, kdy se vyskytují dva nebo pouze jeden stacionární bod, je popis a interpretace stability či nestability stejná. Dále uvádím pro úplnost ve stručnosti, jak singulární body budou vypadat a jakého budou typu. Vysvětlení významu je analogické jako u situace se třemi rovnovážnými body.

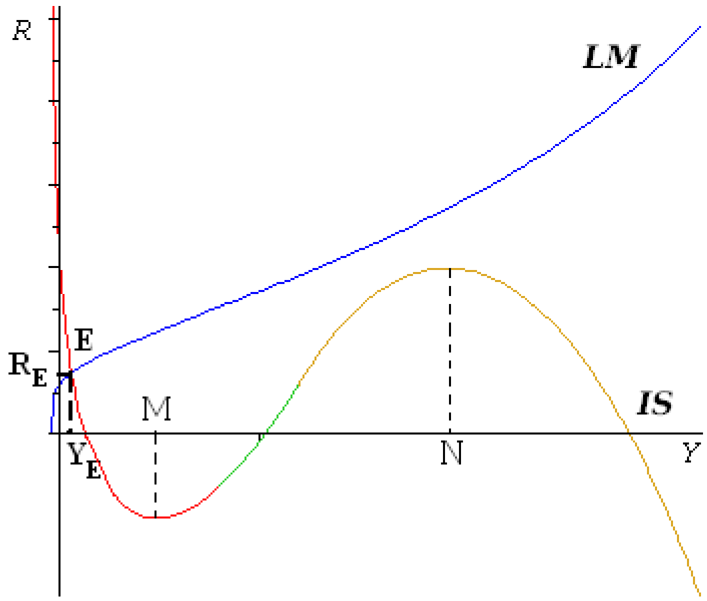


Obr. 3.28 - Znázornění dvou singulárních bodů dynamického modelu

Bod E_1 je bodem stabilním, jedná se o stabilní uzel nebo o stabilní ohnisko. Toto můžeme tvrdit s využitím věty 2.5. Důvodem je, že tento rovnovážný bod leží v oblasti pro $Y \in [0, M]$. Interpretace je analogická jako v předchozím případě, viz obrázky 3.25 a 3.26.

Bod E_2 je dle věty 2.5 bodem nestabilním. Protože se jedná o speciální případ, kdy je v tomto bodě sklon křivky IS a křivky LM stejný, je tento bod vysoce nestabilní a determinant Jacobiho matice systému je nulový, což vede k nulovosti alespoň jedné vlastní hodnoty. To v podstatě znamená, že typ singulárního bodu není „klasický“ (sedlo, uzel, ohnisko).[11] Nejdůležitější informací je ale to, že se jedná o nestabilní singulární bod, tedy že se budou úroveň agregátního důchodu a hodnota úrokové míry se změnou času posouvat směrem od tohoto rovnovážného bodu. Není ovšem známo, jakým způsobem.

11 Dále se typem tohoto singulárního bodu tato práce nezabývá.



Obr. 3.29 - Znázornění jednoho významného singulárních bodů dynamického modelu

V situaci popisované na obrázku 3.29 existuje jeden singulární bod *E,* který je dle věty 2.5 asymptoticky stabilní. Jedná se buď o stabilní uzel, nebo stabilní ohnisko. Význam těchto stabilních bodů je analogický jako v případě tří singulárních bodů a bod *E* na obrázku 3.29 odpovídá bodu E_1 na obrázcích 3.24 a 3.28.

U případu, kdy by byl jediný singulární bod modelu ekonomicky nevýznamný (viz kapitola 3.2.2, obrázek 3.18), nemá smysl se z ekonomického hlediska stabilitou tohoto stacionárního bodu zabývat.

4 Alternativní přístupy k modelování celkové rovnováhy

V této části práce si kladu za cíl ukázat další alternativní přístupy ke zkoumané problematice. Kapitola nejprve obsahuje krátké vymezení rolí modelu IS-LM, protože na základě účelu zkoumání modelu můžeme k němu zaujmout vhodný postoj, dále obsahuje variantní přístupy k ekonomickým veličinám modelu IS-LM (resp. speciálním funkcím), možné dopady těchto přístupů na model a odlišné přístupy k modelování celkové rovnováhy. Největší zájem odborníků v dnešní době je kladen na poslední uvedenou oblast, tedy jiné možnosti, jak modelovat ekonomickou rovnováhu na trhu zboží a peněz (resp. finančních aktiv). Je to téma mírně kontroverzní, avšak setkává se se stále větší oblibou.

4.1 Role modelu IS-LM

Je důležité si uvědomit, jaké mohou být role modelu IS-LM. Na základě zvoleného účelu, proč daný model zkoumáme, jsme totiž schopni určit vhodný přístup k problematice celkové rovnováhy.

Podle informačního zdroje Vercelli (1999) jsou role modelu následující:

1) *přípravná role pro didaktické a výzkumné účely* – využitím dvou rovnic o dvou neznámých (agregátní důchod a úroková míra) slouží model k jednoduché a názorné prezentaci poptávkové a nabídkové[12] strany v celé ekonomice, díky jednoduchosti modelu si lze dobře představit vztahy na dvou zkoumaných trzích, tedy na trhu statků a služeb a na trhu peněz (resp. finančních aktiv), rovněž díky jednoduchému grafickému znázornění modelu (graf v rovině) dokáží odborníci s využitím modelu komunikovat se širokou veřejností,
2) *interpretační a výkladová role* – model slouží k porovnávání různých makroekonomických teorií (klasický přístup, keynesovský a monetaristický přístup) a v této roli model tvoří bázi ekonomických a politických debat o zkoumané problematice,
3) *deskriptivní (popisná) role* – pomocí modelu můžeme vysvětlovat a předpovídat výsledek realizace určité ekonomické koncepce, model tvoří základ ekonometrických studií v oblasti celkové rovnováhy a byl inspirací pro vymyšlení a stanovení nových propracovanějších a sofistikovanějších ekonometrických modelů,

12 Ve standardním pojetí modelu IS-LM se předpokládá, že agregátní nabídka se přizpůsobuje agregátní poptávce, takže nabídková strana není v modelu explicitně obsažena. Zde máme na mysli spíše rozšířené modely, např. o třetí rovnici popisující agregátní nabídku. Tuto třetí rovnici je možné k původními „dvourovnicovému“ modelu kdykoli přidat.

4) *preskriptivní (předpisující) role* – model lze využít pro volbu nástroje ekonomických a politických pravidel, s použitím teoretického modelu probíhají politické diskuze o hypotézách, která nejvhodnější ekonomická opatření by se měla v daném období a prostředí aplikovat.

Domnívám se, že Vercelliho klasifikace rolí modelu IS-LM je dostačující. Dle autora klasifikace pouze první role, tedy role přípravná pro didaktické a výzkumné účely, není kontroverzní. Existují totiž ekonomické směry, které model IS-LM kritizují za některé jeho problematické rysy. Kritikové modelu se často odvolávají na konkrétní situace z ekonomické reality, které nastaly a v nichž se zvolené hospodářsko-politické opatření dle modelu IS-LM neukázala býti právě nejvhodnějšími. Přirozeně tedy hledají „opravu" modelu IS-LM, nebo jiný alternativní model, který by zahrnul či lépe popsal takovéto situace. Podobnou kritikou se oslabují ostatní role modelu.

Hlavní slabina modelu IS-LM je v popisu nabídky peněz jako konstantního množství peněz určovaného centrální bankou. Ve skutečnosti v současné době centrální banky neurčují množství peněz v oběhu, ale zabývají se spíše vhodným nastavením úrokové míry. Touto problematikou nabídky peněz se podrobněji zabývají kapitoly 4.2.3 a 4.3.

4.2 Alternativní přístupy k ekonomickým veličinám a dopady na model

Model IS-LM modeluje závislost úrokové míry a agregátního důchodu, proto jako základní proměnné modelu budeme uvažovat právě úrokovou míru a agregátní důchod. Existují i obdoby modelu IS-LM, které pracují s rozdílnými proměnnými (např. s kapitálem a agregátním důchodem), ale tímto se dále zabývat nebudeme, neboť by se nejednalo čistě o model IS-LM.

Křivka IS reprezentuje závislost úrokové míry a agregátního důchodu v rámci rovnováhy na trhu zboží a křivka LM v rámci rovnováhy na trhu peněz (resp. finančních aktiv). Klíčovými ekonomickými veličinami v pozadí modelu budeme rozumět investice a úspory, které udávají křivku IS, a dále poptávku po penězích a nabídku peněz, které udávají křivku LM. Tato podkapitola se tedy zabývá různými přístupy k investicím, úsporám, poptávce po penězích a nabídce peněz.

4.2.1 Linearita ekonomických veličin

Linearita popisující funkční závislost ekonomických veličin je nejrozšířenějším a za standard považovaným přístupem mezi širokou odbornou veřejností. Proto ani v této práci by daný přístup neměl být zcela vynechán, a tak je zde ve stručnosti uveden.

Tento přístup k modelu IS-LM plní, dle mého názoru, pouze roli první, tedy přípravnou roli pro didaktické a výzkumné účely, popř. druhou roli, tedy roli interpretační a výkladovou. Lineární model je používán pro výkladové účely převážně v politických debatách a to proto, aby byly debaty na toto téma srozumitelné veřejnosti. Pro ostatní účely a role, je přístup příliš zjednodušený a linearita neodpovídá ekonomickému chování zkoumaných veličin.

Za lineární přístup je možné považovat dva případy, kterými se budeme dále zabývat v této kapitole. Zřejmě je možná nějaká kombinace těchto dvou případů, ale jednalo by se čistě o mechanickou a ne příliš zajímavou záležitost.

Prvním lineárním přístupem, o kterém budeme hovořit, je naprosto standardní přístup k modelu IS-LM. Do vztahu (2.1) definujícího obecný statický model IS-LM dosadíme následující „standardní“ lineární vztahy:

$$\begin{aligned} I(Y,R) &= I_a - l\cdot R \\ S(Y,R) &= S_a + a\cdot Y \\ L(Y,R) &= k\cdot Y - h\cdot R \end{aligned} \tag{4.1}$$

kde jsou

I_a................autonomní investice, $I_a > 0$,

l.................koeficient citlivosti investic na úrokovou míru, $l > 0$,

S_a...............autonomní úspory, $S_a < 0$,

a................mezní sklon k úsporám, $a \in (0,\ 1)$,

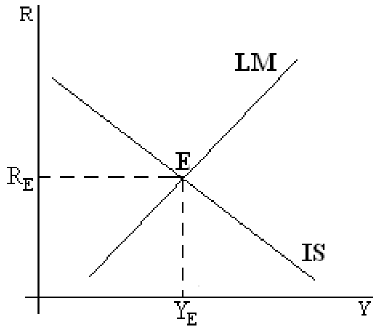
k.................koeficient citlivosti poptávky po penězích na důchod, $k > 0$,

h................koeficient citlivosti poptávky po penězích na úrokovou míru, $h > 0$.

Po dosazení lineárních vztahů a po vyjádření R získáme rovnice pro graf funkce udávající křivky IS a LM:

$$\begin{aligned} \text{IS}: \quad & R = \frac{1}{l}\cdot(-a\cdot Y + I_a - S_a) \\ \text{LM}: \quad & R = \frac{1}{h}\cdot(k\cdot Y - M_S) \end{aligned} \tag{4.2}$$

Jak se dá očekávat, tyto dvě křivky jsou v tomto případě lineární, jedná se tedy o přímky. Jak je zřejmé ze vztahu (4.2), přímka IS je klesající a přímka LM rostoucí.



Obr. 4.1 – Graf „standardního“ lineárního modelu IS-LM

Rovnovážný bod je jeden a je to průsečík dvou přímek IS a LM. Je označen písmenem E, rovnovážná hodnota agregátního důchodu je Y_E a úrokové míry R_E. Celková rovnováha je dána rovnovážným bodem (Y_E, R_E), kde

$$Y_E = \frac{\frac{1}{a}\cdot\left(h\cdot(I_a - S_a) + l\cdot M_S\right)}{h + \frac{1}{a}\cdot l\cdot k}, \quad R_E = \frac{\frac{1}{a}\cdot k\cdot(I_a - S_a) - M_S}{h + \frac{1}{a}\cdot l\cdot k} \tag{4.3}$$

Dynamický model získáme dosazením lineárních vztahů (4.1) do obecného dynamického modelu daného vztahem (2.2):

$$\begin{aligned} \dot{Y} &= \alpha\cdot(I_a - l\cdot R - S_a - a\cdot Y) \\ \dot{R} &= \beta\cdot(k\cdot Y - h\cdot R - M_S) \end{aligned} \tag{4.4}$$

Rovnovážný bod daný vztahem (4.3), v dynamickém pojetí singulární bod, je asymptoticky stabilní a jedná se buď o stabilní uzel, nebo o stabilní ohnisko. Podrobnější informace, jako jsou důkaz tohoto tvrzení, nebo řešení tohoto lineárního dynamického modelu IS-LM apod., lze nalézt v literatuře Kaličinská (2009), kapitola 4.1.

Tento standardní lineární přístup předpokládá závislost investic pouze na úrokové míře a závislost úspor pouze na agregátním důchodu.

Druhý lineární přístup, který zde budeme uvažovat, je právě takový, kde investice a úspory závisí na agregátním důchodu i na úrokové míře, tedy uvažujeme lineární vztahy:

$$\begin{aligned} I(Y,R) &= I_a + a_1\cdot Y - l_1\cdot R \\ S(Y,R) &= S_a + a_2\cdot Y + l_2\cdot R \\ L(Y,R) &= k\cdot Y - h\cdot R \end{aligned} \tag{4.5}$$

kde jsou

I_a...............autonomní investice, $I_a > 0$,

a_1..............koeficient citlivosti investic na agregátní důchod, $a_1 \in (0, 1)$,

l_1...............koeficient citlivosti investic na úrokovou míru, $l_1 > 0$,

S_a..............autonomní úspory, $S_a < 0$,

a_2..............koeficient citlivosti úspor na agregátní důchod, $a_2 \in (0, 1)$,

l_2...............koeficient citlivosti úspor na úrokovou míru, $l_2 > 0$,

k................koeficient citlivosti poptávky po penězích na důchod, $k > 0$,

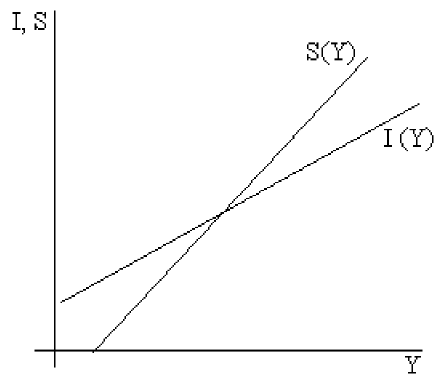
h...............koeficient citlivosti poptávky po penězích na úrokovou míru, $h > 0$.

Po dosazení uvedených lineárních vztahů (4.5) a po vyjádření R získáme rovnice pro graf funkce udávající křivky IS a LM v tomto druhém lineárním případě:

$$\begin{aligned} \text{IS:} \quad & R = \frac{1}{l_1 + l_2} \cdot \left((a_1 - a_2) \cdot Y + I_a - S_a \right) \\ \text{LM:} \quad & R = \frac{1}{h} \cdot (k \cdot Y - M_S) \end{aligned} \tag{4.6}$$

Jak se dá očekávat, tyto dvě křivky jsou také v tomto případě lineární, tedy jedná se o přímky. Jak je zřejmé ze vztahu (4.6), je přímka LM rostoucí. Přímka IS je v případě, kdy $a_1 < a_2$, klesající, a v případě, kdy $a_1 > a_2$, rostoucí.

Na následujícím obrázku je zobrazen případ, kdy $a_1 < a_2$.

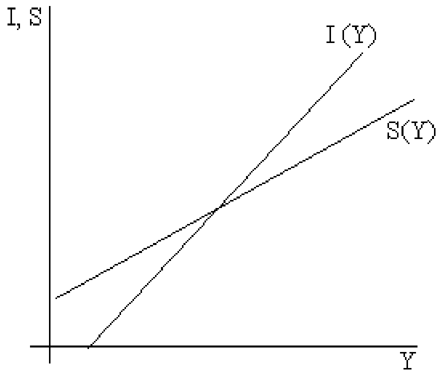


Obr. 4.2 – Graf lineárních I(Y) a S(Y) v případě většího mezního sklonu k úsporám

Případ, kdy $a_1 < a_2$, vlastně znamená, že sklon k investicím je menší než sklon k úsporám, tedy $\frac{\partial I}{\partial Y} < \frac{\partial S}{\partial Y}$. Podle Kaldora, viz Kaldor (1940), je průsečík investiční a úsporové funkce stabilní bod (pohybujeme se na trhu zboží). Pokud je ekonomika v situaci, kdy sklon k úsporám převyšuje sklon k investicím, pak se po jakémkoli narušení rovnováhy ze strany investic nebo ze strany úspor, znovu obnoví rovnováha na trhu zboží na stabilní úrovni agregátního důchodu.

Tato situace odpovídá standardnímu tvaru křivek IS a LM, viz obrázek 4.1. Rovnovážný bod je, stejně jako v předchozím případě, jeden. Rovnovážné úrovně agregátního důchodu Y_R a úrokové míry R_E se dají získat vyřešením dvou rovnic dvou neznámých, viz rovnice (4.6), konkrétní analytické vyjádření při obecných parametrech je značně složité a není potřeba ho zde přesně uvádět.

Na následujícím obrázku je zobrazen případ, kdy $a_1 > a_2$.



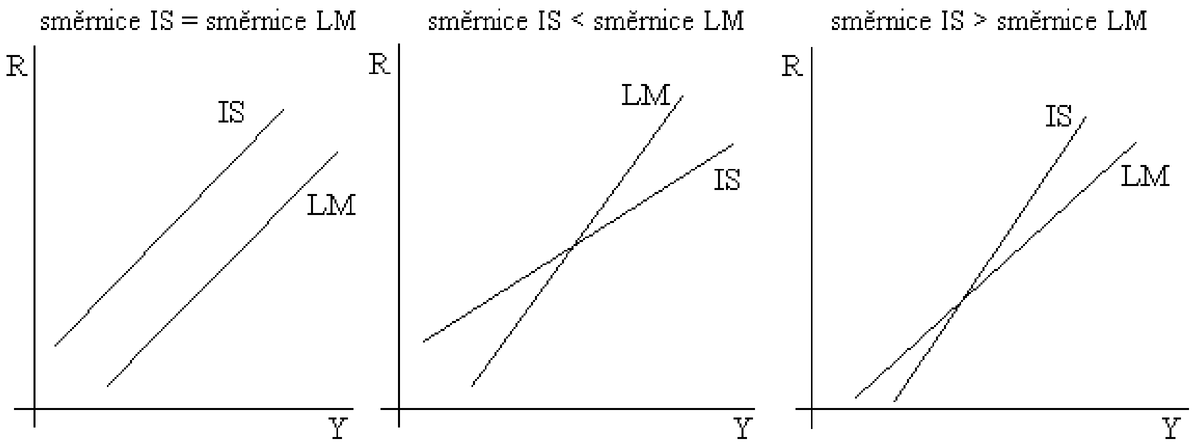
Obr. 4.3 – Graf lineárních I(Y) a S(Y) v případě většího sklonu k investicím

Případ, kdy $a_1 > a_2$, vlastně znamená, že sklon k investicím je větší než sklon k úsporám, tedy $\frac{\partial I}{\partial Y} > \frac{\partial S}{\partial Y}$. Podle Kaldora, viz Kaldor (1940), je průsečík investiční a úsporové funkce nestabilní bod (pohybujeme se na trhu zboží). Pokud jsme v oblasti, kde investice převyšují úspory, tedy *I(Y) > S(Y)* (oblast za průsečíkem na obrázku 4.3), ekonomika se chová tak, že úroveň agregátního důchodu se zvětšuje a tím se vzdalujeme od rovnovážného bodu (průsečíku *I(Y)* a *S(Y)*). Pokud jsme v oblasti, kde investice převyšují úspory, tedy *S(Y) > I(Y)* (oblast před průsečíkem na obrázku 4.3), ekonomika se chová tak, že úroveň agregátního důchodu se zmenšuje a tím se vzdalujeme od rovnovážného bodu (průsečíku *I(Y)* a *S(Y)*). Jestliže je ekonomika v situaci, kdy investiční a úsporová funkce jsou popisovaného charakteru, viz obrázek 4.3, vede to vždy dle Kaldora ke stavu hyperinflace s plnou zaměstnaností, nebo naopak ke stavu úplného kolapsu ekonomiky s nulovou zaměstnaností.

Popisovaná situace vede k tomu, že přímka IS reprezentující trh zboží je rostoucího charakteru stejně jako přímka LM reprezentující trh peněz, což se může zdát býti bizarní situací. Každá vláda by se ráda této situaci také vyvarovala. Tento stav ekonomiky není standardní.

Označíme-li $směrnice\,IS := \frac{a_1 - a_2}{l_1 + l_2}$, $směrnice\,LM := \frac{k}{h}$, mohou nastat v tomto bizarním případě tři možnosti:

1) *směrnice IS = směrnice LM*, pak přímka IS je rovnoběžná s přímkou LM a pro žádnou výši agregátního důchodu a pro žádnou hodnotu úrokové míry nemůže nastat celková rovnováha současně na obou uvažovaných trzích, viz následující obrázek 4.4,
2) *směrnice IS < směrnice LM*, pak je přímka LM „strmější“ než přímka IS a rovnovážný bod je jeden v průsečíku obou přímek, viz následující obrázek 4.4,
3) *směrnice IS > směrnice LM*, pak je přímka IS „strmější“ než přímka LM a rovnovážný bod je jeden v průsečíku obou přímek, viz následující obrázek 4.4.



Obr. 4.4 – Přímky IS a LM v případě většího sklonu k investicím než k úsporám

Dynamický model získáme dosazením lineárních vztahů (4.5) do obecného dynamického modelu daného vztahem (2.2):

$$\begin{aligned} \dot{Y} &= \alpha \cdot \big((a_1 - a_2) \cdot Y - (l_1 + l_2) \cdot R + I_a - S_a \big) \\ \dot{R} &= \beta \cdot (k \cdot Y - h \cdot R - M_S) \end{aligned} \tag{4.7}$$

V případě situace, kdy $a_1 < a_2$, je situace stejná jako u standardního lineárního modelu IS-LM. Jediný rovnovážný bod, v dynamickém pojetí singulární bod, je asymptoticky stabilní a jedná se buď o stabilní uzel, nebo stabilní ohnisko.

V případě situace, kdy $a_1 > a_2$, se zřejmě bude jednat o singulární bod nestabilní, patrně o nestabilní sedlo. Toto tvrzení není exaktně matematicky dokázáno, ale vyplývá to z logiky problému.

V případě, kdy jsou přímky IS a LM rovnoběžné, neexistuje žádný singulární bod, tedy nemůže nastat ani rovnováha z dynamického pohledu. Ekonomika je nastavena tak, že nikdy nemůže dospět k rovnováze.

V dalších dvou případech bizarního stavu sice existuje rovnovážný bod na trhu zboží, ale je vysoce nestabilní, jak již bylo zmíněno dříve a jak vysvětluje Kaldor, viz Kaldor (1940). Pokud je nestabilita na jednom trhu, pak nemůže existovat ani stabilita na dvou trzích zároveň, z nichž jeden je právě oním nestabilním trhem.

4.2.2 Nelinearita ekonomických veličin

Domnívám se, že popis ekonomických veličin pomocí nějaké nelineární závislosti je mnohem realističtější než u lineární závislosti. Je to ovšem na úkor jednoduchosti modelu, kterou nám naopak poskytuje model lineární, ať už standardní nebo onen druhý uvedený v kapitole 4.2.1. Proto nelineární model IS-LM může splňovat roli interpretační a výkladovou[13], popisnou a předpisující. První roli nazvanou jako přípravná role pro didaktické a výzkumné účely bude nelineární model IS-LM splňovat nejméně z důvodu větší složitosti a náročnosti.

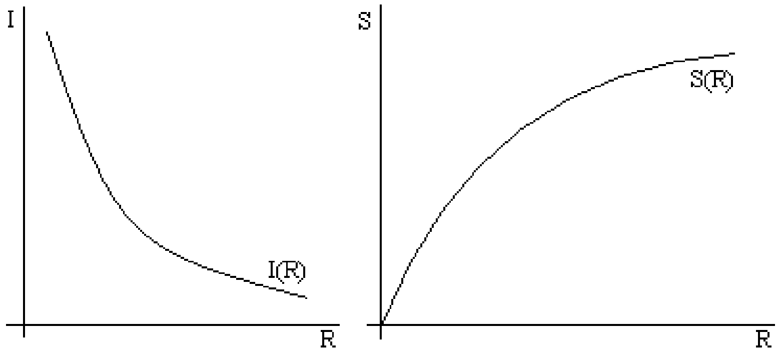
Naprostá většina ekonomických odborníků se zabývá lineárním vztahy pro ekonomické veličiny nebo úplně obecnými funkcemi. Když už autoři opustí lineární i úplně obecný přístup, většinou se přiklání k tomu, že vlastnosti investiční a úsporové funkce jsou takové, jak je popsal Kaldor ve svém článku z roku 1940, viz Kaldor (1940). K tomuto přístupu jsem se také přiklonila při definování speciálních funkcí. Při zkoumání poptávky po penězích se odborníci po opuštění lineárního nebo úplně obecného přístupu většinou přiklánějí k vlastnostem této funkce stejným, jak je definováno v definici 2.3, viz obrázek 2.3. Nabídka peněz v modelu IS-LM je nejvíce kritizovanou veličinou, proto je jí věnována celá podkapitola 4.2.3. Je možné, že existuje nějaký jiný, naprosto odlišný přístup, nicméně není hromadně rozšířen. Je možné také kombinovat uvedené přístupy k jednotlivým funkcím a tím vytvářet „nové“ přístupy k modelu IS-LM jako celku, což je pro naše účely nezajímavé

13 Může se zdát, že nelineární model je pro výkladovou a interpretační roli příliš složitý. Záleží ovšem na konkrétním modelu, jak je složitý a jak jsou odborníci schopni vyložit výsledky modelu i model jako celek veřejnosti. Vždy se musí hledat kompromis mezi mírou složitosti a lepší přiléhavosti k reálným datům.

a nebudeme se tímto dále zabývat.

Prostor pro alternativní přístupy k jednotlivým funkcím teoreticky vzniká v „typu“ funkce popisující ekonomickou veličinu, v tom, zda se jedná o součet nebo součin apod. dvou různých funkcí, přičemž jedna je v závislosti na agregátním důchodu – *f(Y)* a druhá v závislosti na úrokové míře – *g(R)*. Zde můžeme definovat stále nové a nové funkce některou operací (sečtením, vynásobením, umocněním atd.) s funkcemi *f(Y)* a *g(R)*, ale v takovém případě by složitost modelu byla velmi vysoká, pravděpodobně bychom se začali vzdalovat od modelového prostředí a jednalo by se pouze o teorii bez ekonomického podkladu.

Další možný alternativní přístup ke speciálním funkcím definovaných v kapitole 2.2.2 spočívá v namodelování jiného než lineárního vztahu pro závislost investic a úspor na úrokové míře, tedy *I(R)* a *S(R)*. Tyto možné nelineární vlastnosti investic a úspor na úrokové míře jsou zobrazeny na následujícím obrázku 4.5. Jedná se o určité „zvlnění“ přímé a nepřímé úměrnosti.



Obr. 4.5 – Graf nelineární investiční a úsporová funkce v závislosti na R pro pevné Y

Pokud bychom použili tyto uvedené *I(R)* a *S(R)* namísto lineárních vztahů například v modelu IS-LM se speciálními funkcemi, viz kapitola 2, musely by tyto závislosti být analyticky popsány a následně by musela být provedena podrobná analýza, abychom zjistili možný dopad na model IS-LM (tj. rovnováhu, stabilitu, rovnovážné úrovně *Y* a *R* apod.). To není triviální záležitostí. Toto zjišťování možného dopadu v této práci provádět nebudeme, neboť by to podstatně zvětšilo rozsah práce a navíc by se jednalo o spíše matematickou problematiku.

Na závěr této podkapitoly je na místě uvést jeden z přístupů Jana Kodery, viz Kodera (1999). Přístup je alternativní pouze vzhledem k investiční funkci. Ostatní funkce vyskytující se v modelu IS-LM považuje Kodera za lineární.

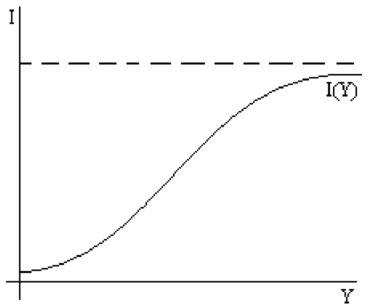
Koderův pohled na investiční funkci je velmi podobný Kaldorovu přístupu v závislosti na agregátním důchodu – *I(Y)* a vlastnostem investiční funkce v závislosti na úrokové míře – *I(R)* popsané obrázkem 4.5. Alternativní je také jeho přístup v „typu“ investiční funkce, protože se jedná o součin dvou funkcí *I(Y)* a *I(R)*, nikoliv o součet, jak je tomu v běžném uvažování o této problematice. Proč zvolil součin, Kodera ve svých úvahách (viz Kodera (1999) nebo Kodera (2001)) neuvádí.

Kodera tedy uvažuje investiční funkci jako součin dvou funkcí *I(Y)* a *I(R)*, tedy

$$I(Y,R) = I(Y)\cdot I(R), \tag{4.8}$$

kde funkce $I(R) = \dfrac{1}{1 + k\cdot R}$, kde $k > 0$, a *f(Y)* je tzv. funkce logistická.[14]

Tvar logistické funkce je zobrazen na následujícím obrázku 4.6.



Obr. 4.6 – Graf investiční funkce jako funkce logistické

Logistická funkce se vyznačuje tím, že je shora i zdola omezená, v tomto případě zdola nulou a shora nějakou kladnou hodnotou.

4.2.3 Alternativní přístupy k nabídce peněz

Nabídka peněz je největší slabinou modelu IS-LM, neboť její standardní pojetí jako exogenně daného množství peněz v oběhu neodpovídá ani reálnému ekonomickému vývoji, ani chování centrální banky. Z tohoto důvodu je této problematice věnována celá tato podkapitola.

V celé kapitole budeme používat následující značení:

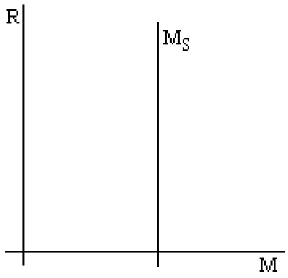
M...............funkce nabídky peněz,

M_S.............konstanta představující nabídku peněz.

---

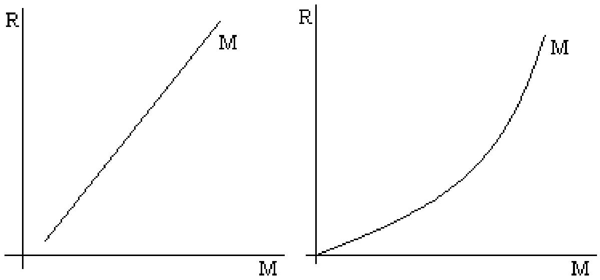
14 Logistickou funkcí je myšlena funkce, která je řešením diferenciální rovnice $\dfrac{d\,f(y)}{dy} = f(y)\cdot[a - b\cdot f(y)]$, kde a, b > 0, počáteční podmínka je $f(0) = f_0$. Podrobnější informace např. viz Kodera (1999).

Standardní pojetí je zobrazeno na následujícím obrázku 4.7 jako vertikální linie, chápáno spíše z krátkodobého hlediska.



Obr. 4.7 – Zobrazení „standardní" nabídky peněz

Z dlouhodobějšího hlediska se jedná o funkci rostoucí. Může se jednat o lineární závislost, nebo nějak „zvlněnou" přímou úměrnost. Tyto křivky by měly být dle standardního přístupu spíše „strmější", znamenající malou elasticitu. V delším časovém období je nabízející centrální banka ochotna přizpůsobit nabízené množství peněz v oběhu úrokové míře. Tyto funkce nabídky peněz jsou zobrazeny na následujícím obrázku 4.8.



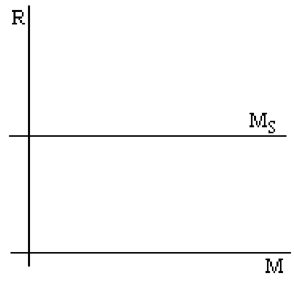
Obr. 4.8 – Grafy funkcí nabídky peněz z dlouhodobějšího hlediska

V posledních letech se však stále intenzivněji hovoří o tom, že nabídka peněz není exogenně dána jako konstantní množství peněz v oběhu, ale jedná se naopak o endogenní veličinu. Centrální banka tak spíše tvoří pravidla měnového vývoje a omezeně reguluje úrokovou míru, než stanovuje, nebo lépe řečeno řídí, pevné množství peněz v oběhu. Někdy je centrální banka v tomto pojetí přirovnávána k dirigentovi orchestru. V předešlých přístupech se odborníci (zejména monetaristé) domnívali, že takovýmto řízením množství peněz v oběhu dokáží usměrňovat inflaci. V 70. a 80. létech 20. století se toto ukázalo jako mylná domněnka, neboť ekonomika se chovala protichůdně než se předpokládalo.

Jako reakce na tyto neúspěchy standardní peněžní teorie vznikla v 70. letech 20. století tzv. *postkeynesovská peněžní teorie*. Dle Milana Sojky, se tato teorie stala v současnosti plnohodnotnou alternativou ke keynesovské či neoklasické teorii (viz Sojka, 2010).

Postkeynesovská teorie dle Sojky (2010) a v souladu s Keynesem tvrdí, že hlavním činitelem ovlivňujícím nabídku peněz jsou úvěry. Peníze jsou vytvářeny prostřednictvím úvěrů a určovány poptávkou po úvěrech. Tedy zdrojem nabídky peněz je poptávka po úvěrech. Z toho vyplývá, že nabídka peněz je endogenní ekonomickou veličinou. Mechanismus „vzniku“ a „zániku“ peněz pomocí úvěrové kreace je takový, že při zvýšení poptávky po úvěrech se peníze vytvářejí a při snížení poptávky po úvěrech se peníze destruují. Zvýšená poptávka po úvěrech vzniká jako reakce na zvýšení množství investičních záměrů nebo zvýšení poptávky po oběžném kapitálu a naopak.

Původní podobou této postkeynesovské teorie je tzv. *horizontalismus*, neboli *teorie absolutní endogenity peněz, viz Sojka (2010)*. Zabývali se jím například N. Kaldor, B. J. Moore a další. Centrální banka stanovuje diskontní sazbu a k této sazbě si komerční banky, které poskytují úvěry, přidají přirážku na pokrytí nákladů a zaručení určitého zisku. Výsledkem je potom úroková míra, která je tak stanovena prostřednictvím centrální banky v podobě diskontní sazby a rovněž bankami komerčními v podobě uvedené přirážky. Nabízené množství peněz, tedy nabídka peněz, je určováno poptávkou po úvěrech, která je ovlivněna výší úrokové míry. Diskontní sazba je v této teorii brána jako vnější proměnná. Z uvedených podmínek teorie vyplývá, že poptávka po penězích si vytváří vlastní nabídku peněz prostřednictvím úvěrové kreace. Název horizontalismus vyplývá ze znázornění nabídky peněz jako horizontální linie na obvyklém grafu (vodorovná osa odpovídá *M* a svislá osa *R*), viz obrázek 4.9. Znamená to vlastně, že nabídka peněz je považována za absolutně elastickou, protože cena peněz (resp. úroková míra) je pro jakékoliv množství nabízených peněz stejná. Ve standardním pojetí je tato nabídka chápána jako neelastická, neboť se jedná o konstantní množství.



Obr. 4.9 – Graf nabídky peněz při „horizontalismu“

Dalším směrem postkeynesovské peněžní teorie, je tzv. *teorie relativní endogenity peněz*, viz Sojka (2010). Touto teorií se zabývají například S. C. Dow, C. Rodríguez-Fuentes, M. Lavoie, V. Monvoison, L.-P. Rochon a další. Komerční banky i centrální banka přidělují úvěry na základě posouzení úvěrové schopnosti (tzv. bonity) žadatelů o úvěr a tím se úvěrová kreace určitým způsobem omezuje. Podle této koncepce je centrální banka aktivnější než dle předchozí teorie. Na základě rizika spojeného s poskytováním úvěrů komerční banky stanovují výši úrokové míry. A platí vztah, že čím vyšší riziko, tím je vyšší úroková míra. Pokud je ale riziko příliš velké a přesáhne akceptovatelnou úroveň, banky již úvěr neposkytnou při jakkoliv vysoké úrokové míře. Tzn. že existuje určitý strop výše úrokové míry. Na rozdíl od horizontalismu se teorie relativní endogenity peněz zabývá také vztahy mezi komerčními bankami a centrální bankou a rovněž vztahy mezi firmami a komerčními bankami.

Postkeynesovská teorie říká, že peníze lze vytvářet třemi způsoby, viz Sojka (2010):

1) nově vzniklými úvěry: vychází se z toho, že nákup vstupů při výrobě bývá nutně realizován dříve než vznikne zisk z výrobků, tedy je potřeba úvěrů, proto peníze vznikají jako důsledek úvěrových toků,
2) aktivitou centrální banky: založeno na finančních operacích a operacích na volném trhu,
3) toky peněz ze zahraničí v čtyřsektorové (otevřené) ekonomice.

„Peníze se vždy vytvářejí ve vzájemných interakcích mezi ekonomickými subjekty (firmami, domácnostmi, komerčními bankami a centrální bankou). Množství peněz v ekonomice je dáno rozhodováním ekonomických subjektů. Je determinováno endogenním způsobem a opatření centrální banky může být chováním ekonomických subjektů negováno. V důsledku toho není centrální banka schopna vytvářet nebo destruovat peníze přímo. Může tak činit pouze nepřímo pomocí zvyšování nebo snižování diskontních sazeb, které vede k poklesu nebo růstu těch složek agregátní poptávky, které jsou citlivé na úrokové míry.“ Tvrdí Sojka (2010, str. 7).

Tento endogenní přístup by bylo možno obsáhnout v modelu IS-LM formou analytického vyjádření uvedených vlastností jako nějaká funkční závislost nabídky peněz na úrokové míře. Dále by se prostřednictvím matematického aparátu zjišťovaly potřebné informace jako je rovnováha, dynamické chování apod. Analytické vyjádření funkce nabídky peněz není triviální záležitost.

K zamyšlení vyvstává otázka, zda nabídka peněz je závislá také na druhé proměnné vyskytující se v modelu IS-LM, tedy zda je závislá rovněž na agregátním důchodu. Odpověď by mohla být „schována" v tzv. *teorii obrácené kauzality*, která souvisí s reálným ekonomickým cyklem. Princip spočívá v očekávání ekonomických subjektů. Ekonomické subjekty očekávají, že z nějakého důvodu vzroste HDP (resp. agregátní důchod), načež reagují zvýšenou poptávkou po penězích. Následně reaguje centrální banka zvýšením nabídky peněz, aby zabránila změně úrokové míry způsobené zvýšenou poptávka po penězích. Z tohoto mechanismu je patrná závislost nabídky peněz – M na agregátním důchodu – Y. Nicméně odpověď na tuto otázku považuji za otevřený problém.

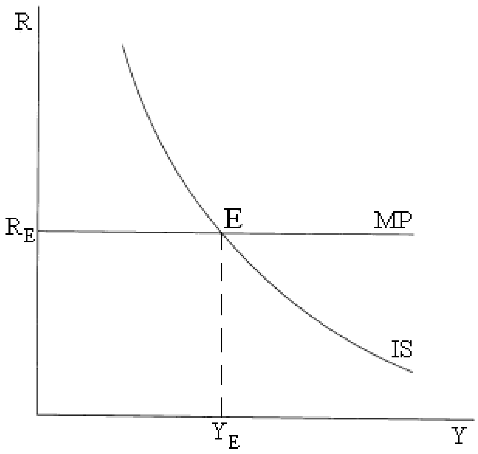
Modelování celkové makroekonomické rovnováhy pomocí modelu IS-LM by bylo jistě přiléhavější k ekonomické realitě a také využitelnější při tvorbě fiskální nebo monetární politiky, kdyby se podařilo tento endogenní přístup k nabídce peněz do modelu zahrnout prostřednictvím nějaké funkční závislosti.

Existují ekonomičtí odborníci, kteří model IS-LM kritizují právě kvůli problematice nabídky peněz a uchylují se k využití jiného modelu celkové rovnováhy. Tento pohled na věc je stručně nastíněn v následující kapitole 4.3.

4.3 Modelování makroekonomické rovnováhy bez modelu IS-LM

Nový přístup k makroekonomické rovnováze reprezentuje model IS-MP, jehož autorem je profesor politické ekonomie na University of California v Berkeley David Romer, viz Romer (2000).

Romerův model IS-MP z modelu IS-LM vychází. Ponechává si křivku IS jako představitele rovnováhy na trhu zboží. Křivku LM nahrazuje horizontální linií, kterou pojmenovává jako křivku MP. Tato křivka reprezentuje rovnováhu na trhu peněz. Zkratka MP se odvozuje od anglického slovního spojení *monetary policy*, tedy monetární politika.



Obr. 4.10 – Model IS-MP

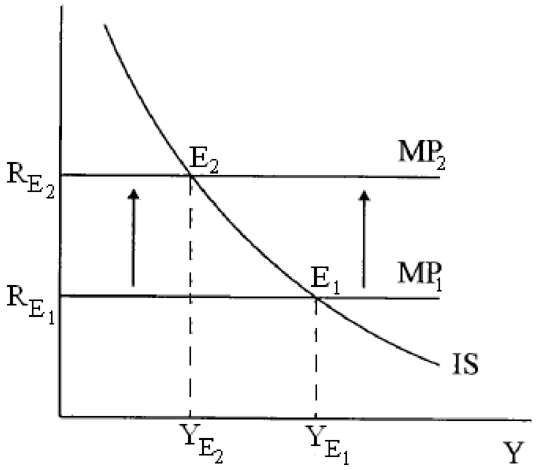
Průsečík křivek IS a MP je rovnovážný bod, na obrázku 4.10 je označen písmenem *E*. Příslušná úroveň rovnovážného agregátního důchodu je Y_E a hodnota reálné úrokové míry je R_E. Reálná úroková míra je stále stejná pro rovnováhu na trhu peněz, tedy je totožná s rovnovážnou úrovní pro celkovou rovnováhu na obou zkoumaných trzích.

Modelování všech vlastností a zákonitostí týkajících se rovnováhy na trhu statků a služeb jsou převzaty z modelu IS-LM a jsou modelovány pomocí křivky IS. Rovnováha na trhu peněz (resp. finančních aktiv) je popisována úplně odlišným způsobem než v modelu IS-LM.

Romerův přístup spočívá v myšlence, že rovnováhu na trhu peněz určuje monetární politika, tedy určitá opatření centrální banky. Centrální banka považuje reálnou úrokovou míru za funkci inflace a celkového výstupu (agregátního důchodu) a podle toho také ovlivňuje její chování, tedy kolísání výše hodnot reálné úrokové míry. Monetární politika je realizována v relacích reálné úrokové míry. Dle Romera je ona úroveň reálné úrokové míry (tím rozumíme onu vertikální linii) jednodušší než křivka LM.

To, že reálná úroková míra závisí na inflaci, znamená, že centrální banka určuje tuto reálnou úrokovou míru v závislosti na úrovni inflace. Vzroste-li míra inflace, centrální banka zvýší reálnou úrokovou míru (tj. „zdraží" peníze v ekonomice), a tím se posune křivka MP nahoru, viz následující obrázek 4.11.

Původní rovnovážný bod je E_1, po posunu křivky MP je rovnovážný bod E_2. Původní úroveň agregátního důchodu Y_{E_1} se po zvýšení hodnoty úrokové míry z R_{E_1} na R_{E_2} změní na Y_{E_2}. Tedy zvýšení míry inflace zvýší hodnotu reálné úrokové míry a to způsobí snížení úrovně celkového výstupu (agregátního důchodu).



Obr. 4.11 – Posun křivky MP směrem nahoru

Jednoduchost modelu IS-MP je zřejmě jeho velkou výhodou. Je v něm zahrnuta nabídka peněz jako endogenní veličina, což odstraňuje slabinu modelu IS-LM.

Nicméně se domnívám, že tento alternativní model celkové rovnováhy současně na trhu zboží a současně na trhu peněz poněkud opomíjí roli poptávky po penězích, proto se s tímto modelem úplně neztotožňuji.

Při modelování celkové makroekonomické rovnováhy bych zvolila přístup modelu IS-LM se zahrnutím nabídky peněz jako endogenní veličiny, tzn. funkce dvou proměnných – agregátního důchodu a úrokové míry.

Nakonec je třeba poznamenat, že kvůli zjednodušení popisujeme model IS-LM se speciálními funkcemi ve dvousektorové ekonomice. Je možné, aby model lépe přiléhal k reálné ekonomice, k modelu přidat rovnici popisující inflaci a také do modelových rovnic přidat vládní výdaje a popis zahraničního obchodu.

5 Empirická prokazatelnost modelu se speciálními funkcemi

Tato kapitola se zabývá empirickou prokazatelností modelu IS-LM se speciálními funkcemi definovaného a matematicky analyzovaného v literatuře Kaličinská (2009). Protože se jedná o dosti náročnou a složitou problematiku, nejdříve se v první podkapitole 5.1 zamýšlím nad principem, metodami a složitostí takovéhoto empirického prokazování. Dále ve druhé podkapitole 5.2 uvádím některé vybrané empirické studie relevantních k účelům této kapitoly a empiricky prokázané závislosti a některé souvislosti. Nejlepším řešením by v našem případě byla vlastní ekonometrická analýza modelu IS-LM se speciálními funkcemi, čímž se zabývám v poslední podkapitole 5.3.

5.1 Empirické prokazování modelu IS-LM

Empirické prokazování modelu IS-LM spočívá v dokazování předpokládaných závislostí na základě pozorování skutečného vývoje časových řad ekonomických veličin obsažených v modelu IS-LM. Prostředkem empirické analýzy může být například použití některého regresního modelu. V případě modelu IS-LM se speciálními funkcemi by se jistě jednalo o nějaké nelineární regresní modelování.

Při tomto prokazování se nemusí nutně jednat o regresní analýzu, nicméně se domnívám, že se jedná o (pro mě) nejdosažitelnější metodu. Další možnou metodou by bylo jakési „přímé“ zjišťování průběhu a vlastností ekonomických veličin a následné „vygenerování“ potřebných parametrů a konstant vyskytujících se v tomto modelu (jedná se o parametry označené jako $a, b, \bar{a}, \bar{b}, c, \bar{c}, k, h$ a konstanty $\mathrm{A}, \mathrm{B}, \bar{\mathrm{A}}, \bar{\mathrm{B}}, M_S$). Toto zjišťování by bylo možno provádět na základě průzkumu mezi odbornou ekonomickou veřejností, ale pravděpodobně by se jednalo o problematiku značně rozsáhlou a složitou. Naopak, teprve výsledkem regresní analýzy budou, mimo jiné důležité informace jako je statistická významnost vysvětlujících veličin, odhady uvedených parametrů a konstant. Je třeba poznamenat, že metod empirické analýzy je více než tyto dvě uvedené[15].

Každá z uvedených metod empirické analýzy má své pozitivní i negativní stránky. Dále uvádím jen vybrané z nich. Pozitivem regresní analýzy je její lepší dosažitelnost. Negativem

15 Jednou z dalších možných metod je metoda kalibrace. Podstatou této metody je získání hodnot parametrů a koeficientů modelu nikoliv na základě odhadu z daných makroekonomických časových řad, ale z externích mikroekonomických studií či průměrováním makroekonomických agregátů za dlouhé období pro referenční ekonomiku.

je skutečnost, že se přece jen jedná o odhady parametrů a konstant vyskytujících se v modelu na základě minulého vývoje (tedy vyskytuje se zde navíc, mimo chybu měření, určitá chyba odhadu), nikoli o „přesné“ naměřené hodnoty. Kladem uvedené metody „přímého“ zjišťování průběhu a vlastností potřebných ekonomických veličin by může být jeho větší přesnost (neboť výsledek není zatížen chybou odhadu), záporem této metody jsou určitě problematičtější podmínky pro dosažitelnost a realizaci této metody.

Prostřednictvím empirické analýzy by měla být prokázána daná funkční závislost investic, úspor a poptávky po penězích na agregátním důchodu (Y) a úrokové míře (R) definovaná v definici 2.1, 2.2 a 2.3 . Výsledek takovéto empirické analýzy by měl dát odpověď na otázku, zda průběh investiční a úsporové funkce, a rovněž funkce poptávky po penězích, „dostatečně“ přiléhá k reálným datům. Jinými slovy, zda takto popsané funkční závislosti zkoumaných ekonomických veličin (investice, úspory a poptávka po penězích) odpovídají skutečným vlastnostem a chování těchto veličin. S tímto také souvisí zodpovězení otázky, zda je takovýto model vhodný pro predikci budoucího vývoje, nebo jako podklad pro stanovování hospodářsko-politických opatření v rámci mixu fiskální a monetární politiky vlády apod.

Charakter nabídky peněz, která je v tomto modelu považována za exogenní veličinu, takto empiricky prokázat pravděpodobně nelze. V dnešní době se odborná veřejnost vesměs shoduje na tom, že nabídka peněz je veličinou endogenní a empiricky lze prokázat spíše právě takovouto povahu nabídky peněz (tedy to, že se nejedná o konstantní úroveň množství peněz v oběhu, ale o nějakou funkční závislost na úrokové míře, popř. agregátním důchodu). Daným problémem se v minulosti zabývalo mnoho autorů, podrobněji viz následující podkapitola 5.2.

Je nutno poukázat na to, že se nejedná o záležitost nijak triviální, ale naopak o velmi složitou problematiku. Existuje mnoho empirických modelů, které prokazují určité závislosti, ale vždy se v těchto modelech přirozeně vychází z toho, co chtěl autor empiricky prokázat, tj. jakou předpokládanou reálnou závislost ekonomických veličin a jaký typ závislosti (lineární, nelineární, exponenciální, logaritmickou apod.) těchto veličin. Z toho důvodu je značně obtížné nalézt odborný podklad, který by podpořil v oblasti empirické prokazatelnosti určitou teorii, konkrétně teorii modelu IS-LM se speciálními funkcemi. Může se také stát, že potřebné dostatečné empirické podklady vůbec neexistují. Nejlepším východiskem z dané situace je jistě provést vlastní měření či průzkum a prostřednictvím zvolené metody empirické analýzy prokázat, nebo neprokázat, přiléhavost teoretického výzkumu k realné ekonomické situaci.

5.2 Některé empiricky prokázané závislosti a relevantní souvislosti

V této části kapitoly zabývající se empirickou prokazatelností modelu IS-LM se speciálními funkcemi bych chtěla poukázat na některé zákonitosti mezi uvažovanými ekonomickými veličinami a jiné souvislosti, které již byly prokazovány jako součást dřívějších empirických studií. Tato problematika by mohla být námětem na další obsáhlou odbornou práci, proto uvádím jen vybrané informace.

Je nutno podotknout, že se jedná jen o jakýsi výběr „dostupných" informací. Každá empirická analýza je „šitá na míru" jevům, které chce autor dokázat. Z tohoto faktu vyplývá, že zdroje empirických studií relevantních pro účely této kapitoly jsou dosti omezené.

Většina empirických studií zabývajících se prokazováním závislostí investic, úspor nebo poptávky po penězích a používajících jako prostředku empirického prokazování regresní analýzy, využívá regresní funkci v lineárním tvaru. Uvažované ekonometrické funkce jsou složité v množství vysvětlujících proměnných, zpoždění apod., nikoliv však v typu regresní funkce. Empirické analýzy zaměřené na prokazování průběhu a vlastností nabídky peněz jsou spíše zaměřeny na otázku prokazování endogenity či exogenity peněz.

Nejdříve se budeme zabývat vybranými empirickými studiemi týkajícími se investic a úspor a dále poptávky po penězích a nabídky peněz. Následuje výčet zjištěných a empiricky podložených skutečností a jiných relevantních souvislostí spolu s uvedením zdrojů těchto informací.

5.2.1 Vybrané empirické studie zaměřené na investice a úspory

Mnoho empirických analýz je zaměřeno na srovnávání průběhů a vlastností zkoumaných veličin mezi vyspělými a rozvojovými zeměmi, mezi velkými a malými zeměmi, v otevřené ekonomice, dále na vztah mezi investicemi a úsporami, v závislosti na ekonomickém cyklu, na závislost investic a úspor na jiných veličinách než agregátním důchodu a úrokové míře atp.

V příspěvku H. Herwartze a F. Xu ve sborníku Christian-Albrechts-Universität Kiel (viz Herwartz – Xu, 2006) se autoři zabývají empirickou studií vztahů mezi investicemi a úsporami ze vzorků dat z let 1971 až 2002. Autoři předpokládají otevřenou ekonomiku. Prokazují fakt, že vzájemný vztah investic a úspor ovlivňují významné ekonomické síly jako je kapitálová mobilita, závislost na zkoumané zemi, apod. a dále skutečnost, že vztah mezi investicemi a úsporami je odlišný v rozvojových a vyspělých zemích.

Dále lze uvést článek z časopisu The American Economic Review autorů M. Baxterové a M. J. Cruciniho (viz Baxter – Crucini, 1993), kteří se zabývají empirickým vysvětlováním korelace mezi investicemi a úsporami. Také zde autoři uvažují otevřenou ekonomiku. Uvedení ekonomové empiricky zkoumali několik oblastí, např. spojení mezi investicemi, agregátním důchodem a běžným účtem. Zaměřili se také na zkoumání a porovnávání korelace ve velkých a malých zemích. Mimo jiné skutečnosti zjistili, že tato korelace mezi úspory a investicemi časových řad úzce souvisí s korelací mezi výstupem a investicemi.

Zmíněná problematika otevřené ekonomiky sice přímo nesouvisí s účely této práce, nicméně by mohla být zajímavá a relevantní při rozšiřování modelu IS-LM se speciálními funkcemi o další sektory (na třísektorový a čtyřsektorový model). To je jeden ze směrů dalšího zkoumání, kterým bych se v budoucnu ráda zabývala.

G. W. Stadler v časopise Journal of Economic Literature z roku 1994 (viz Stadler, 1994) tvrdí, že na základě ekonometrických testů bylo zjištěno, že investice, úspory a výstup vykazují stejný stochastický trend v rámci ekonomického cyklu. Tato informace se také netýká přímo účelu této kapitoly, ale poukazuje na jisté souvislosti. Začlenění ekonomického cyklu do modelu IS-LM a další jeho zkoumání je jeden z dalších otevřených problémů, kterému bych se ráda v budoucnu věnovala.

J. C. Eberly v roce 1997 v časopise European Economic Review (viz Tavidze, 2002) tvrdí, že celková investiční funkce je vysoce nelineární funkce základních proměnných typu Tobinova Q[16], což platí i v případě, že funkce každého uvažovaného aktiva je sama o sobě lineární. Dále Eberly na základě empirických testů v jedenácti zemí OECD uvádí, že investiční funkce je funkce „sigmoidního“ typu v závislosti na průměrném Q (zde máme na mysli Tobinovo Q).

R. J. Caballero a E. M. R. A. Engel se v roce 1999 v článku v časopisu Econometrica (viz Tavidze, 2002) zabývali investiční dynamikou v rámci 21 hlavních výrobních průmyslových odvětví v USA v letech 1948 – 1992. Podařilo se jim empiricky prokázat, že nelineární model (S, s)[17] lépe odpovídá naměřeným investičním datům.

16 Tobinovo Q je poměr očekávané tržní hodnoty firmy a nákladů na nahrazení opotřebovaných hmotných aktiv. Jedná se o alternativní model investic, jehož autorem je James Tobin (1918 – 2002).

17 Jedná se o obecný model, který je spojením ekonomických teorií a aplikace těchto teorií. Základem každého (S, s) modelu je vzájemné působení fixních nákladů na přizpůsobování a nejistoty (více viz Caplin – Leahy, 2010).

S. A. Barnettu a P. Sakellarisovi se v časopisu Journal of Monetary Economics v roce 1998 (viz Tavidze, 2002) podařilo na základě empirických studií ukázat, že investiční funkce je nelineární. Autoři uvádí, že tato funkce je konvexní pro malé hodnoty Tobinova Q a konkávní pro vysoké hodnoty Tobinova Q. Je zřejmá určitá podobnost mezi těmito vlastnostmi (konvexnost, konkávnost) investiční funkce v závislosti na Tobinovu Q a vlastnostmi speciální investiční funkce (definované v definici 2.1 v kapitole 2.2.2) v závislosti na agregátním důchodu. Otázkou zůstává, zda se jedná o podobnost náhodnou, nebo zda zde existuje nějaká relevantní souvislost (nebo dokonce vzájemná závislost).

Japonští ekonomové Y. Honda a K. Suzuki v příspěvku ve sborníku University Osaka z roku 2008 (viz Honda – Suzuki, 2008) navazují na předchozí výzkumy a empiricky prokazují (včetně některých potřebných odhadů), že investiční funkce je nelineární funkcí Tobinova Q a je „sigmoidního“ tvaru. „Sigmoidní“ tvar rovněž odpovídá průběhu investiční funkce definované v definici 2.1. Jedná se o obdobnou situaci jako v předchozím odstavci.

Autoři M. Browning, A Lusardi se ve svém článku z roku 1996 v časopisu Journal of Economic Literature (viz Browning – Lusardi, 1996) podrobně zabývali úsporami (resp. spotřebou) domácností na mikroekonomické úrovni. Autoři v práci zohledňují empirické výsledky týkající se úspor v krátkém období a rovněž životního cyklu úspor a zaměřili se na výzkum motivů úspor. Autoři provedli průřez empirických studií této problematiky, uvedli několik možných modelů úspor a na závěr konstatovali, že za posledních 15 let bylo dosaženo značného pokroku ve výzkumu úspor.

Dalšími autory zabývajícími se úsporami jsou D. Kessler, S. Perelman a P. Pestieau. Ve svém příspěvku v časopisu Review of Income and Wealth (viz Kessler – Perelman – Pestieau, 1993) tito autoři provedli komparativní analýzu úspor na vzorku 17 zemí OECD za dobu 20 let, kde pro reprezentaci úspor použili lineární úsporovou funkci. Výsledkem je mimo jiné prokázání, že úspory jsou ovlivňovány také ne-ekonomické faktory jako jsou náboženství, geografie, kultura apod., tedy jde také o závislost na tom, o který konkrétní stát se jedná.

Z uvedených vybraných příspěvků vyplývá, že empirických studií zaměřených na problematiku investic a úspor je velmi mnoho, nicméně studií zaměřených konkrétně na prokazovaní závislosti investic a úspor pouze na dvou veličinách, a to na agregátním důchodu či úrokové míře, je pravděpodobně velmi málo. Téměř vždy se jedná o nějakou souvislejší analýzu se zahrnutím více proměnných a dalších závislostí (otevřená ekonomika, vládní aktivita aj). Tento přístup je přirozený, neboť ve skutečnosti „všechno souvisí se vším“, a tedy i autoři se snaží o to, aby jejich studie, co nejvíce přiléhaly k reálným datům.

5.2.2 Vybrané empirické studie zaměřené na poptávku a nabídku peněz

Nejdříve uvádím vybrané empirické studie zaměřené na poptávku po penězích.

V roce 2001 vyšla studie irské centrální banky od autorů K. Cuthbertsona a D. Bredina (viz Cuthbertson – Bredin, 2001) zabývající se empirickou analýzou peněžní poptávky v České republice v letech 1992 – 1997, tedy po rozdělení Československa. Jejich práce byla zaměřena na zkoumání různých měnových agregátů (M_1, M_2 atd.) a rovněž na testování kredibility měnového odloučení a s tím související měnové reformy. Za proměnné poptávky po penězích autoři považovali domácí úrokovou míru, důchod a inflaci. Odhadovaná funkce peněžní poptávky byla lineární a daný model zachycoval dlouhodobou i krátkodobou poptávku. Zjištěním bylo, že ve zkoumaném prostředí existuje dlouhodobý vztah mezi reálnými penězi, reálným důchodem a inflací. Autoři jsou přesvědčeni, že jimi odhadnutá funkce je funkcí poptávky po penězích.

Další empirickou studií zabývající se poptávkou po penězích v České republice je příspěvek autorů L. Komárka a M. Meleckého ve sborníku University of Warwick z roku 2001 (viz Komárek – Melecký, 2001). Autoři empiricky analyzovali data z let 1993 – 2001. Uvedení ekonomové ekonometricky odhadovali funkci poptávky po penězích v log-lineárním tvaru[18] a odhadovali model užších peněz (agregát M_1) a rovněž širších peněz (M_2). Vysvětlujícími proměnnými byly různé veličiny, ale nikoliv agregátní důchod a úroková míra. Mimo jiné jako výsledek empirické analýzy uvedli odhady možných dopadů nerovnovážného peněžního růstu na dynamiku výstupu a inflace.

Obdobné příspěvky M. Meleckého vyšly v časopise Finance a úvěr v roce 2002 (viz Melecký, 2002), kde autor rovněž empiricky analyzuje poptávku po užších a širších penězích v České republice v letech 1994 – 2000. V této studii se zaměřuje na nesoulady (diskrepance) poptávky po penězích domácností a firem. Je to z toho důvodu, že pokud vysvětlující proměnné poptávky po penězích jsou firmami a domácnostmi vnímány odlišně, je výzkum peněžní poptávky značně ztížen. Vysvětlující proměnné autor volí stejně jako v předchozím uvedeném příspěvku.

18 Po logaritmické transformaci.

Dále se budeme zabývat nabídkou peněz. Následuje výčet empirických studií zaměřených na tuto problematiku a související jevy. Jedná se zejména o prokazování endogenity či exogenity peněz.

Prvním příspěvkem, který zde uvádím, je článek V. Izáka publikovaný v časopise Finance a úvěr v roce 1995 (viz Izák, 1995). Autor provedl předběžnou a ne příliš rozsáhlou empirickou analýzu (lineární regresi) dat z let 1991 – 1994 v České republice v souvislosti s nabídkou peněz. Ekonom zde tvrdí, že příčinná souvislost je právě opačná než prohlašují monetaristé, tedy od HDP k penězům. Studii uzavírá tezí, že nabídka peněz se jeví jako endogenní veličina.

S uvedenou studií polemizuje a poukazuje na některé její technické nedostatky A. Bulíř v článku z časopisu Finance a úvěr z roku 1996 (viz Bulíř, 1996). Autor tvrdí, že z výsledků Izákovy studie nelze odvozovat uvedené výsledky a že je naopak možné, při správné interpretaci a při odstranění daných nedostatků, vykládat závěry studie právě opačným způsobem.

Dalším článkem z časopisu Finance a úvěr z roku 1996, který se mimo jiné zabývá endogenitou nabídky peněz, je příspěvek od autorky S. Janáčkové (viz Janáčková, 1996). Autorka poukazuje na skutečnost, že v soudobé České republice vznikaly peníze endogenně mimo kontrolu České národní banky v důsledku růstu mezipodnikové zadluženosti. Tyto tzv. „úvěrové peníze“ tehdy činili až přes 12,5 % agregátu M_2 a přes 16 % nominálního HDP. Autorka také tvrdí, že peněžní zásoba tehdejší ČR silně závisela právě na poptávce po úvěrech. Toto tvrzení odpovídá postkeynesovské teorii peněz, viz kapitola 4.2.3.

Poslední studií, kterou zde uvádím, je příspěvek autora P. Howellse ze sborníku University of the West of England z roku 2005 (viz Howells, 2005). Jeho příspěvek je výzkumem empirických evidencí v oblasti endogenity peněz. Vzhledem k tomu, že mnoho ekonomů se celosvětově podílí na tvorbě monetární politiky centrálních bank, je možné najít velké množství empirických výzkumů přínosů endogenity peněz. Výsledkem této práce je konstatování, že nabídka peněz je endogenní.

5.3 Vlastní ekonometrický regresní model

Vzhledem k tomu, že současné empirické studie dle mého názoru dostatečně neodpovídají na otázku, zda je model IS-LM se speciálními funkcemi (vyjma nabídky peněz) empiricky prokazatelný, uvádím vlastní nelineární regresní modely jednotlivých funkcí představující sledované ekonomické veličiny, tedy investice, úspory a poptávku po penězích.

Podrobná regresní analýza by byla značně obsáhlá a přesáhla by rámec této práce, proto uvádím jen nástin jednoho ze směrů, podle kterého by bylo možno postupovat při řešení otázky empirické prokazatelnosti modelu. Tuto cestu jsem zvolila, protože se jedná o metodu, která je (pro mě) nejdostupnější.

Vybraná data (výběrový soubor) by musela odpovídat dvousektorové, tedy uzavřené, ekonomice bez veřejného sektoru. Data pro tuto situaci se získávají obtížněji než pro standardní otevřenou ekonomiku s veřejným sektorem. Je rovněž možné model rozšířit o vládní aktivity, zahraniční obchod apod. a následně empiricky prokazovat.

Regresní model investic:

$$E(I|Y,R) = f(Y,R) = \mathrm{H}(c-Y)\cdot e^{a\cdot Y} + \mathrm{H}(Y-c)\cdot b\cdot \ln(Y+1) - l_1\cdot R + const_1, \qquad (5.1)$$

kde

I ....vysvětlovaná (závislá) proměnná, představuje investice,

Y ....vysvětlující (nezávislá) proměnná, představuje agregátní důchod,

R ....vysvětlující (nezávislá) proměnná, představuje úrokovou míru,

$E(I|Y,R)$ ....střední hodnota investic v závislosti na *Y* a *R*,

f ....obecná regresní funkce, kterou je potřeba odhadnout,

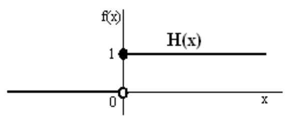
$a, b, l_1, const_1$ …regresní koeficienty, platí $b = a\cdot(c+1)\cdot \mathrm{e}^{ac}$, $const_1$ je regresní koeficient představující konstantu obsahující autonomní investice,

H ....Haevisidova funkce[19],

c ....kladné reálné číslo, které můžeme přibližně zjistit dále uvedeným algoritmem.

Podle předpokládaného tvaru regresní funkce investic v závislosti na agregátním důchodu (tedy *I(Y)*), viz obrázek 2.1, je bod $Y = c$ bodem inflexním. Funkce je po bod *c* konvexní a za

19 Haevisidova funkce je funkce následujícího tvaru: $\mathrm{H}(x) = \begin{matrix} 1 & \text{když } x \geq 0 \\ 0 & \text{když } x < 0 \end{matrix}.$



bodem c konkávní. Z tohoto předpokládaného průběhu plyne i způsob zjištění bodu c na základě znalosti naměřených dat – výběrového souboru dat o vývoji objemu investic, agregátního důchodu (resp. HDP) a úrokové míry.

Možný algoritmus zjištění hodnoty agregátního důchodu, která představuje předpokládanou hodnotu c, je následující:

1) Seřazení výběrového souboru (konkrétně postačí pracovat se sloupcem dat představující objem investic a s hodnotami agregátního důchodu, tedy s uspořádanými dvojicemi *(I, Y)*) dle velikosti[20] agregátního důchodu.
2) Protože se jedná o diskrétní hodnoty (tedy nespojité), provedení druhé diference (analogie druhé derivace).
3) Tam, kde je druhá diference kladná, je předpokládána regresní investiční funkce konvexní. Tam, kde je druhá diference záporná, je předpokládána regresní investiční funkce konkávní. Ze získaných druhých diferencí, lépe řečeno znamének (kladné či záporné hodnoty), lze odhadnout bod c, v němž se mění předpokládána regresní funkce investic z konvexní na konkávní. Je třeba upozornit, že se jedná jen o odhad, tedy hodnota bude nepřesná, nicméně pro účely regresní analýzy pravděpodobně dostačující.

Protože hodnoty naměřeného agregátního důchodu nebudou mít mezi sebou stejnou vzdálenost (mezi jednotlivými seřazenými měřeními není stejná jednotka agregátního důchodu, protože k dispozici máme časovou řadu skutečných údajů), musíme první diferenci přeškálovat následujícím způsobem:

$$\frac{I(Y_n) - I(Y_{n-1})}{Y_n - Y_{n-1}} \tag{5.2}$$

kde

n ....přirozené číslo udávající pořadí měření po seřazení dle velikosti Y,

Y_n ....n-té měření agregátního důchodu po seřazení dle Y,

Y_{n-1} ....n-1 měření agregátního důchodu po seřazení dle Y, $n \geq 2$,

$I(Y_n) = I_n$ ....n-té měření objemu investic po seřazení dle Y, odpovídající Y_n,

$I(Y_{n-1}) = I_{n-1}$ ….n-1 měření objemu investic po seřazení dle Y, odpovídající Y_{n-1} $n \geq 2$.

Druhou diferenci již provádíme standardním způsobem, neboť nám mimo jiné stačí pouhá znalost znaménka této druhé diference, tedy zda je hodnota kladná nebo záporná.

20 Zde pracujeme se standardním uspořádáním reálných čísel.

Může se stát, že máme mezi naměřenými veličinami pouze takové hodnoty, které odpovídají jen jedné větvi předpokládané funkce, buď větvi konvexní, nebo větvi konkávní. To poznáme opět z druhých diferencí. Pak postačí z regresní funkce investic odstranit příslušnou větev (konvexní – exponenciální část, konkávní – logaritmická část), které naměřená data neodpovídají. Druhou možností je zvolit bod c větší než všechny naměřené hodnoty Y v případě, že data neodpovídají konkávní větvi, a menší než všechny naměřené hodnoty Y v případě, že data neodpovídají konvexní větvi. Haevisidova funkce pak zajistí, že se „nepotřebná" větev vynuluje. V takovém případě se nám ale nepodaří empiricky prokázat (nebo neprokázat) celý předpokládaný průběh regresní funkce investic, ale pouze jedné její větve. Pro druhou větev totiž nemáme k dispozici potřebná data. Východiskem je použití nových – jiných dat, která budou odpovídat oběma větvím regresní investiční funkce.

Po zjištění hodnoty c uvedeným způsobem, můžeme dosadit do regresní funkce investic (5.1) tuto konkrétní zjištěnou hodnotu (nějaké reálné číslo). Dále je možné postupovat standardním způsobem regresní analýzy, tzn. odhadnutím regresních koeficientů, zjištěním statistické významnosti zkoumaných závislostí, verifikací modelu, zkoumaním autokorelace, heteroskedasticity apod.

Regresní model úspor:

$$E(S|Y,R) = f(Y,R) = \mathrm{H}(\bar{c}-Y)\cdot\bar{b}\cdot\ln(Y+1) + \mathrm{H}(Y-\bar{c})\cdot \mathrm{e}^{\bar{a}\cdot Y} + l_2\cdot R + const_2, \tag{5.3}$$

kde

S ....vysvětlovaná (závislá) proměnná, představuje úspory,

Y ....vysvětlující (nezávislá) proměnná, představuje agregátní důchod,

R ....vysvětlující (nezávislá) proměnná, představuje úrokovou míru,

$E(S|Y,R)$ ....střední hodnota úspor v závislosti na Y a R,

f ....obecná regresní funkce, kterou je potřeba odhadnout,

$\bar{a}$, $\bar{b}$, l_2, $const_2$ ...regresní koeficienty, platí $\bar{b} = \bar{a}\cdot(\bar{c}+1)\cdot \mathrm{e}^{\bar{a}\bar{c}}$, $const_2$ je regresní koeficient představující konstantu obsahující autonomní úspory,

H ....Haevisidova funkce,

$\bar{c}$ ....kladné reálné číslo, které můžeme přibližně zjistit obdobným algoritmem, jako u regresního modelu investic.

Algoritmus pro zjištění bodu $\bar{c}$ je analogický algoritmu u regresní analýzy investic, tedy u algoritmu zjišťování bodu c.

Rozdíl spočívá v tom, že předpokládána regresní funkce úspor je charakteru opačného, tedy nejdříve pro *Y* menší než $\bar{c}$ je konkávní a pro Y větší než $\bar{c}$ je konvexní, viz obrázek 2.2. Dále pracujeme se sloupci naměřených dat – s výběrovým souborem objemu úspor a s hodnotami agregátního důchodu, tedy s uspořádanými dvojicemi *(S, Y)*.

Regresní model poptávky po penězích

$$E(L|Y,R) = f(Y,R) = k \cdot \ln(Y+1) + \frac{h}{R}, \tag{5.4}$$

kde

L ....vysvětlovaná (závislá) proměnná, představuje poptávku po penězích,
Y ....vysvětlující (nezávislá) proměnná, představuje agregátní důchod,
R ....vysvětlující (nezávislá) proměnná, představuje úrokovou míru,
$E(L|Y,R)$ ....střední hodnota poptávky po penězích v závislosti na *Y* a *R*,
f ....obecná regresní funkce, kterou je potřeba odhadnout,
k, h ....regresní koeficienty.

Nabídku peněz tak, jak je definovaná v modelu se speciálními funkcemi, tj. jako exogenně dané množství peněz v oběhu, takto empiricky prokázat pravděpodobně nelze. Soudím, že tento pohled na problematiku nabídky peněz je zastaralý a dnes již existují empirické důkazy o tom, že nabídka peněz je vnitřně indukována některými veličinami (např. úrokovou mírou, inflačním očekáváním aj.).

Možným řešením, jak se „vypořádat“ s nabídkou peněz je to, že je odhadnuta funkční závislost nabídky peněz na úrokové míře, případně agregátním důchodu, a dále je možné postupovat obdobně jako u předchozích funkcí (investic, úspor, poptávky po penězích).

Může se stát, že zkoumané veličiny také významně závisí na dalších ekonomických veličinách, což může způsobit nevýznamnost regresního modelu jako celku. V celé této práci jsme se z důvodu zjednodušení a průhlednosti omezili na závislost pouze na dvou veličinách – úrokové míře a agregátním důchodu. Nebyl by ovšem problém do regresního modelu zahrnout další relevantní závislosti.

Regresní analýza není jediným nástrojem pro empirické prokazování. Je možné použít úplně jinou metodu, jak bylo zmíněno v kapitole 5.1.

6 Závěr

V této diplomové práci jsem se zabývala modelováním makroekonomické rovnováhy, respektive modelem IS-LM, tedy rovnováhou na trhu statků a služeb a na trhu peněz (resp. finančních aktiv) současně. V celé práci jsem se v zásadě omezila na základní formu modelu IS-LM ve dvousektorové ekonomice, přestože jsem si vědoma významu vlivu zahraničního obchodu, vládních výdajů, inflace apod. Je to z důvodu nutného zjednodušení, aby se model nestal „nečitelným“. Východiskem této práce byla má původní diplomová práce na Matematickém ústavu Slezské univerzity z loňského roku (viz Kaličinská, 2009), která je převážně matematického charakteru. V uvedené práci jsem namodelovala a matematicky analyzovala model IS-LM se speciálně zvolenými funkcemi. Tyto funkce jsem zvolila na základě ekonomických principů a teorií.

V této diplomové práci jsem si kladla za cíl ekonomicky analyzovat model IS-LM se speciálními funkcemi. Jedná se převážně o ekonomický pohled na danou problematiku, oproti předchozí matematické odborné práci. Jako prostředky analýzy jsem zvolila ekonomickou interpretaci celého modelu IS-LM se speciálními funkcemi, dále alternativní přístupy k modelování celkové rovnováhy a nakonec neméně důležitou problematiku empirické prokazatelnosti tohoto modelu.

Práce se skládá ze šesti hlavních částí. První kapitolou je úvod, v němž uvádím, proč jsem si dané téma diplomové práce „Ekonomická analýza modelu IS-LM se speciálními funkcemi“ zvolila, jaké jsou jednotlivé kapitoly práce, a v němž vymezuji hlavní cíl práce. Poslední hlavní kapitolou práce je závěr.

Druhá kapitola diplomové práce obsahuje stručné shrnutí výsledků předchozí odborné práce Kaličinská (2009). Je zde uveden obecný statický a dynamický model IS-LM a dále podmínky, které jsou kladeny na funkce vyskytující se v modelu. Jedná se o tzv. „ekonomické“ podmínky, podmínky zaručující existenci alespoň jednoho průsečíku křivek IS a LM a tzv. Kaldorovy podmínky. Dále v této části práce definuji speciální investiční a úsporovou funkci a rovněž speciální funkci poptávky po penězích. Dále uvádím statický model, včetně několika vět a poznámek, které se zabývají parametry modelu. Poslední problematikou druhé části je zkoumání dynamického modelu IS-LM se speciálními funkcemi, včetně shrnutí výsledků dynamické stability modelu.

Ve třetí kapitole se zabývám ekonomickou interpretací modelu IS-LM se speciálními funkcemi. Kapitola obsahuje ekonomickou interpretaci speciálně zvolených funkcí modelu IS-LM, tedy investiční a úsporové funkce, představujících rovnováhu na trhu zboží, a rovněž funkcí poptávky po penězích a nabídky peněz, představující rovnováhu na peněžním trhu (resp. trhu finančních aktiv). Uvádím ekonomické pozadí vlastností těchto funkcí a podrobně interpretuji, co z ekonomického hlediska znamená jejich průběh. Dále v této kapitole uvádím ekonomicko-matematickou interpretaci statického modelu se speciálními funkcemi. Zde analyzuji ekonomické pozadí křivek IS-LM, interpretuji význam rovnovážných bodů statického modelu a rovněž význam bodů ležících mimo křivky IS-LM, tedy význam bodů nerovnovážných. Podmínky existence alespoň jednoho průsečíku křivek IS a LM zaručují existenci alespoň jednoho průsečíku, tedy jednoho rovnovážného bodu. Maximálně se v modelu mohou vyskytnout rovnovážné body tři. Poslední částí této kapitoly je ekonomická interpretace stability dynamického modelu IS-LM se speciálními funkcemi. V dané podkapitole se zamýšlím nad významem a důležitostí dynamického modelu a dále interpretuji stabilitu dynamického modelu. Zde podrobně vysvětluji význam a ekonomickou interpretaci různých singulárních bodů, které se mohou vyskytnout v analyzovaném modelu. Tyto singulární (stacionární) body odpovídají rovnovážným bodům statického modelu. Ze tří singulárních bodů modelu jsou dva „krajní“ body stabilními uzly nebo ohnisky a „prostřední“ bod je bodem nestabilním, pravděpodobně typu nestabilního sedla.

Ve čtvrté části uvádím některé možné alternativní přístupy k modelování celkové rovnováhy. Nejdříve vymezuji čtyři role modelu IS-LM, protože na základě zvoleného účelu, proč daný model zkoumáme, jsme schopni určit vhodný přístup k problematice celkové rovnováhy. Těmito rolemi jsou role přípravná pro didaktické a výzkumné účely, interpretační a výkladová, deskriptivní (popisná) a preskriptivní (předpisující). Dále uvádím alternativní přístupy k ekonomickým veličinám vyskytujícím se v modelu (investice, úspory, poptávka po penězích a nabídka peněz) a možné dopady na model. Protože za standardní přístup k modelovaným ekonomickým veličinám je považován přístup lineární, není ani v této práci vynechán. I když se domnívám, že linearita je pro popis skutečného chování těchto veličin nedostačující. Její obrovskou výhodou je ovšem její jednoduchost, přehlednost a snadná manipulace s lineárními funkcemi. V další podkapitole se zamýšlím nad možnými nelineárními přístupy. Nelineární funkce jsou složitější, méně přehledné pro běžného „uživatele“ modelu IS-LM, ale domnívám se, že lépe odpovídají reálnému průběhu zkoumaných veličin. Nejspornějším a nejproblematičtějším modelováním je modelování nabídky peněz. V původních standardních (dnes mírně zastaralých) přístupech (hlavně v monetaristických) je nabídka peněz považována za exogenní veličinu, čili za pevně dané množství peněz v oběhu kontrolované a řízené centrální bankou. Takto je i modelována v modelu IS-LM se speciálními funkcemi. Mnozí ekonomičtí autoři se dnes již shodují na tom, že nabídka peněz je endogenní veličinou, vnitřně indukovanou např. úrokovou mírou, inflací, poptávkou po úvěrech apod. Z uvedených důvodů jsem do této části práce zařadila kapitolu zabývající se různými přístupy k nabídce peněz. Jedná se zejména o postkeynesovskou peněžní teorii, jejímiž hlavními směry jsou tzv. horizontalismus, neboli teorie absolutní endogenity peněz, a dále teorie relativní endogenity peněz. Tyto teorie předpokládají závislost nabídky peněz na úrokové míře. Další teorie uvažovaná v této práci, tzv. teorie obrácené kauzality, uvažuje závislost nabídky peněz na agregátním důchodu. Protože model IS-LM není zdaleka jediným modelem popisujícím celkovou makroekonomickou rovnováhu, v poslední části čtvrté kapitoly ve stručnosti uvádím alternativní model modelující onu celkovou rovnováhu. Jedná se o model profesora na University of California Davida Romera. Domnívám se, že Romerův model poněkud opomíjí roli poptávky po penězích. Proto bych jako řešení problematiky endogenity nabídky peněz a její zahrnutího do modelování celkové rovnováhy volila model IS-LM se začleněním nějaké funkční závislosti nabídky peněz na úrokové míře, resp. agregátním důchodu.

Pátá část mé diplomové práce se zabývá otázkou empirické prokazatelnosti modelu IS-LM se speciálními funkcemi. Protože se jedná o problematiku značně nepřehlednou, uvádím v první části této kapitoly principy, metody a složitost empirického prokazování modelů celkové rovnováhy. Dále kapitola obsahuje stručný přehled již empiricky prokázaných relevantních závislostí od různých autorů. Protože stávající empirické studie jsou pro prokázaní modelu IS-LM se speciálními funkcemi nedostačující, uvádím na závěr vlastní návrh empirického prokazování tohoto modelu. Navrhovanou metodou prokazování je nelineární regresní analýza, kde uvádím nástin postupu a regresní model investic, úspor a poptávky po penězích, včetně algoritmu hledání bodů, ve kterých se předpokládané regresní funkce investic a úspor mění z konvexní na konkávní, resp. z konkávní na konvexní. Nabídku peněz tak, jak je uvažována v modelu IS-LM se speciálními funkcemi, tedy jako pevně dané množství peněz v oběhu, empiricky pravděpodobně prokázat nelze. Jedná se dle mého názoru o přístup zastaralý, neboť dnes již existuje řada empirických studií od různých ekonomických autorů, které prokazují endogenitu peněz. Dá se snad říct, že v současnosti již o endogenitě peněz nikdo z ekonomických odborníků nepochybuje. Bylo by možné do modelu přiřadit nějaký návrh funkční závislosti nabídky peněz a ten se následně pokoušet empiricky prokazovat.

Na závěr bych chtěla připomenout, že jsem pracovala se základní formou modelu IS-LM ve dvousektorové ekonomice. Aby teorie lépe odpovídala modelované situaci, je možné ke zkoumanému modelu přiřadit v tomto modelu „chybějící" jevy, jakými jsou zahraniční obchod, inflace, vládní aktivita, nebo rozšíření modelu o nabídkovou stranu (neboť základní forma modelu předpokládá, že agregátní poptávka si tvoří vlastní agregátní nabídku) apod. Tento analyzovaný model tvoří jakýsi základ, na který je možné navazovat vhodným rozšiřováním.

V budoucnu bych se ráda zabývala některými z následujících otevřených problémů:

- empirickou prokazatelností modelu IS-LM se speciálními funkcemi pomocí metody nastíněné v kapitole 5.3, nebo pomocí druhé metody „přímého zjišťování" uvedené v kapitole 5.1,
- zahrnutím nabídky peněz do modelu jako endogenní veličiny, tedy funkce dvou proměnných – úrokové míry a agregátního důchodu. S tím souvisí zjištění chování a vlastností nabídky peněz právě v závislosti na úrokové míře a agregátním důchodu a následné analytické popsání těchto vlastností pomocí funkční závislosti,
- zahrnutím nelineárních závislostí investic a úspor na úrokové míře, např. analytickým popisem chování investic a úspor dle obrázku 4.5 a jeho vyjádřením nějakou funkční závislostí,
- zahrnutím problematiky ekonomického cyklu modelu IS-LM se speciálními funkcemi s matematického i ekonomického hlediska,
- postupným přidáváním „chybějících" jevů (viz předchozí odstavec) do modelu tak, aby se s modelem dalo dále pracovat, analyzovat jeho dynamickou stabilitu apod.,
- existencí možnosti co největšího zjednodušování dosti složitého modelu (ve smyslu složitého matematického popisu).

Jsem velmi ráda, že jsem měla možnost prostřednictvím zpracovávání této práce rozšířit svůj obzor v oblasti celkové makroekonomické rovnováhy, ekonomické interpretace, složité problematiky zákonitostí finančních trhů a jejich rovnováhy i náročnosti empirické prokazatelnosti tohoto typu modelů.

Seznam použité literatury

[1] ARLT, J.; GUBA, M.; RADKOVSKÝ, Š.; SOJKA, M.; STILLER, V. Vliv vybraných faktorů na vývoj poptávky po penězích v letech 1994 – 2000. *ČNB VP* č. 30. Praha, 2001. Dostupné z WWW: <http://www.cnb.cz/m2export/sites/www.cnb.cz/en/research/research_publications/mp_wp/download/vp30guba.pdf>.

[2] BARÁKOVÁ, L. *Asymptotické vlastnosti řešení diferenciálních rovnic a jejich aplikace v ekonomii*, disertační práce, Masarykova univerzita, Brno, 2004, 92 s.

[3] BAXTER, M.; CRUCINI, M. J. Explaining Saving-Investment Correlations. *The American Economic Review*, Jun.1993, roč. 83, č. 3, str. 416 – 436. ISSN 0002-8282.

[4] BLANCHARD, O. J.; FISCHER, S. *Lectures on Macroeconomics*. 1st ed. Cambridge, Massachusetts, Massachusetts Institute of Technology: The MIT Press, 1989. 650 s. ISBN 0-262-02283-4.

[5] BRANSON, W. A. *Macroeconomic Theory and Policy.* 3rd ed. New York: Harper & Row Publishers, 1989. 656 s. ISBN 0060409320 9780060409326.

[6] BROWNING, M.; LUSARDI, A. Household Saving: Micro Theories and Micro Facts. *Journal of Economic Literature*, 1996, Vol. XXXIV, December, pp. 1797 – 1855. ISSN 0022-0515.

[7] BULÍŘ, A. Endogenita nabídky peněz: některé pochybnosti o předchozím výzkumu. *Finance a úvěr*, 1996, roč. 46, č. 1, str. 37 – 43. ISSN 0015-1920.

[8] CAPLIN, A.;LEAHY, J. Economic Theory and World of Practice: A Celebration of the (S,s) Model. *The Journal of Economic Perspective*, winter 2010, roč. 24, č. 1, ISSN 0895-3309.

[9] CUTHBERTSON, K.; BREDIN, D. Money Demand in the Czech Republic since Transition. *Research Technical Paper*, Central Bank & Financial Services Authority of Ireland, 2001, January, 3/RT/01.

[10] FONSECA, G. L. *The History of Economic Though (Kaldor's Non-Linear Cycle),* Economic New School. Dostupný z WWW: <http://homepage.newschool.edu/het/>.

[11] GANDOLFO, G. *Economic Dynamics*. 3rd ed. Berlin-Heidelberg: Springer-Verlag, 1997. 610 s. ISBN 3540609881 9783540609889.

[12] HERWARTZ, H.; XU F. Panel Data Model Comparison for Empirical Saving-Investment Relations. *Economic Working Paper*, Department of Economic Christian Albrechts Universität Kiel, Německo, No 2006 – 06.

[13] HONDA, Y.; SUZUKI K. The Sigmoidal Investment Function. *Discussion Paper 08-36*, Graduate School of Economics and Osaka School of International Public Policy Osaka University, Toyonaka, Japan, 2008, November.

[14] HOWELLS, P. The Endogenity of Money: Empirical Evidence. *Discussion Papers 0513*, Department of Economics University of the West of England, 2005.

[15] JANÁČKOVÁ, S. Dilemata české měnové politiky. *Finance a úvěr*, 1996, roč. 46, č. 1, str. 26 – 36. ISSN 0015-1920.

[16] IZÁK, V. Nabídka peněz – endogenní, nebo exogenní. *Finance a úvěr*, 1995, roč. 45, č. 6, str. 291 – 303. ISSN 0015-1920.

[17] KALDOR, N. A. Model of the Trade Cycle. *Economic Journal*, 1940, roč. 50, březen, str. 78 – 92. ISSN 0013-0133.

[18] KALIČINSKÁ, B. *Analýza modelu IS-LM*, diplomová práce, Matematický ústav Slezské univerzity v Opavě, 2009. 60 s.

[19] KESSLER, D.; PERELMAN, S.; PESTIEAU P. Savings Behavior in 17 OECD Countries. *Review of Income and Wealth*, March 1993, Series 39, č. 1, str. 37 – 49. ISSN 0034-6586.

[20] KODERA, J. *Měnová analýza*. Slaný: Melandrium, 2001. 217 s. ISBN 80-80175-13-8 (6. kapitola).

[21] KODERA, J. Non-linear Dynamics in IS-LM Model. *Proceedings of the International Conference Mathematical Methods in Economics*, Cheb: University of West Bohemia, 1999, s. 59 – 64.

[22] KOMÁREK, L.; MELECKÝ M. *Demand for Money in the Transition Economy: The Case of the Czech Republic 1993 – 2001.* Warwick Economic Research Papers, The University of Warwick – Department of Economics, 2001, december, No. 614.

[23] KREJČÍ, D. *Teorie endogenních peněz*, diplomová práce, Fakulta sociálních věd Univerzity Karlovy, Praha, 1997, 102 s.

[24] MACH, M. *Makroekonomie pro inženýrské studium (první část)*. Praha: Vysoká škola ekonomická v Praze, 1994. 150 s. ISBN 80-7079-220-5.

[25] MACHÁČEK M. *Makroekonomie B* – studijní opora pro distanční studium pro elektronický systém Moodle, Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava, 2008.

[26] MELECKÝ M. Analýza diskrepancí v poptávce po penězích domácností a firem v ČR 1994–2000 – Část I: domácnosti. *Finance a úvěr*, 2002, roč. 52, č. 7-8, str. 428 – 449. ISSN 0015-1920.

[27] MELECKÝ M. Analýza diskrepancí v poptávce po penězích domácností a firem v ČR 1994–2000 – Část II: firmy. *Finance a úvěr*, 2002, roč. 52, č. 9, str. 478 – 501. ISSN 0015-1920.

[28] MELECKÝ M. Poptávka po penězích v ČR (M1). *Finance a úvěr*, 2002, roč. 52, č. 2, str. 76 – 89. ISSN 0015-1920.

[29] PÁNKOVÁ, V. Tobinovo Q – Teorie a aplikace. *Politická ekonomie*, 2005, roč. 2005, č 5, str. 601 – 607. ISSN 0032-3233.

[30] ROMER, D. Keynesian Macroeconomics without the LM Curve. *NBER Working Paper*, University of California Berkeley, January 2000, No. 7461. CA 94720-3880.

[31] RUSMICHOVÁ, L.; SOUKUP, J. a kol. *Makroekonomie*. 5. vyd. Praha: Melandrium, 2002. 167 s. ISBN 80-86175-24-3.

[32] SAMUELSON, P. A.; NORDHAUS, W. D. *Ekonomie*. 13. vyd. Praha: Nakladatelství Svoboda, 1995. 1011 s. ISBN 80-205-0494-X.

[33] SEDLÁČEK, P. *Makroekonomie II* - podklady k přednáškám. Vysoká škola ekonomická v Praze. Dostupný z WWW: <http://www.makroekonomie.kvalitne.cz>.

[34] SEDLÁČEK, P. *Monitorování a analýza investičního cyklu*. Studie českého statistického úřadu, leden 2006, kód: 1121-05. Dostupný z WWW: <http://www.praha.czso.cz/csu/2005edicniplan.nsf/publ/1121-05->

[35] SHONE, R. *Economics Dynamics*. 2nd ed. Cambridge: Cambridge University Press, 2002. 700 s. ISBN 0-521-81684-X.

[36] SOJKA, M. Monetární politika Evropské centrální banky a její teoretická východiska pohledem postkeynesovské ekonomie. *Politická ekonomie*, 2010, roč. 2010, č. 1, str. 3 – 19. ISSN 0032-3233.

[37] STADLER, G. W. Real Business Cycles. *Journal of Economics Literature*, 1994, Vol. XXXII, December 1994, str. 1750 – 1783. ISSN 0022-0515.

[38] TAVIDZE, A. (editor) *Progress in Economic Research*. Vol. 3. Hauppauge, New York: Nova Science Publishers, Inc., 2002. 185 s. ISBN 1-59033-428-0.

[39] TURNOVSKY, S. J. *Methods of Macroeconomic Dynamics*. 2nd ed. Cambridge, Massachusetts, Massachusetts Institute of Technology: The MIT Press, 2000. 671 s. ISBN 0-262-20123-2.

[40] VERCELLI, A. The Evolution of IS-LM Models: Empirical Evidence and Theoretical Presuppositions. *Quadermi*, Università degli Studi di Siena – Dipartimento di Economia Politica, 1999, únor, n. 246.

[41] WEERAPANA, A. Intermediate Macroeconomic without the IS-LM Model. *Journal of Economic Education*, Summer 2003, 34, 3, str. 241 – 262. ISSN 0022-0485.

Seznam použitého značení

I ....investice

L ....poptávka po penězích

M, M_S ....nabídka peněz

R ....úroková míra

S ....úspory

Y ....agregátní důchod

$\frac{\partial F}{\partial X}$, F_X ....parciální derivace funkce F podle proměnné X

MU SLU............Matematický ústav Slezské univerzity

Prohlášení o využití výsledků diplomové práce

Prohlašuji, že

- jsem byl(a) seznámen(a) s tím, že na mou diplomovou práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 Sb. – autorský zákon, zejména § 35 – užití díla v rámci občanských a náboženských obřadů, v rámci školních představení a užití díla školního a § 60 – školní dílo;
- beru na vědomí, že Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava (dále jen VŠB-TUO) má právo nevýdělečně, ke své vnitřní potřebě, diplomovou práci užít (§ 35 odst. 3);
- souhlasím s tím, že diplomová práce bude v elektronické podobě archivována v Ústřední knihovně VŠB-TUO a jeden výtisk bude uložen u vedoucího diplomové práce. Souhlasím s tím, že bibliografické údaje o diplomové (bakalářské) práci budou zveřejněny v informačním systému VŠB-TUO;
- bylo sjednáno, že s VŠB-TUO, v případě zájmu z její strany, uzavřu licenční smlouvu s oprávněním užít dílo v rozsahu § 12 odst. 4 autorského zákona;
- bylo sjednáno, že užít své dílo, diplomovou práci, nebo poskytnout licenci k jejímu využití mohu jen se souhlasem VŠB-TUO, která je oprávněna v takovém případě ode mne požadovat přiměřený příspěvek na úhradu nákladů, které byly VŠB-TUO na vytvoření díla vynaloženy (až do jejich skutečné výše).

V Ostravě dne 30. dubna 2010

....

Barbora Kaličinská

Adresa trvalého pobytu studenta:

Gen. Hrušky 23/1216

709 00 Ostrava-Mar. Hory